

doi: 10.11823/j.issn.1674-5795.2022.02.01

动态力计量建模与分析方法综述

江文松¹, 吴娅辉², 李新良², 王中宇³, 张力^{2*}

(1. 中国计量大学 计量测试工程学院, 浙江 杭州 310018;

2. 航空工业北京长城计量测试技术研究所 计量与校准技术重点实验室, 北京 100095;

3. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

摘要: 针对动态力计量中大规模复杂数据分析与处理难度大的问题, 本文从原理性和实用性角度, 系统地对动态力的标准激励源、校准仪表建模方法、动态时频域评价和测量不确定度评定等进行了综述讨论。梳理了数据建模和评价在动态力校准、量值溯源与传递等关键计量链路中的作用。为动态力计量数据评价机制的建立提供了一定的理论基础。

关键词: 计量; 系统建模; 数据评价; 溯源; 动态力

中图分类号: TB9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-5795(2022)02-0002-11

Review of modeling and analysis methods on traceable measurement of dynamic force

JIANG Wensong¹, WU Yahui², LI Xinliang², WANG Zhongyu³, ZHANG Li^{2*}

(1. College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;

2. National Key Laboratory of Science and Technology on Metrology & Calibration, Changcheng Institute of Metrology & Measurement, Beijing 100095, China;

3. School of Instrumentation and Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Aiming at the difficulty of massive complex data analysis and processing in dynamic force measurement, the standard excitation sources, modeling methods of calibration instruments, dynamic time-frequency domain evaluation and measurement uncertainty evaluation on traceable measurement of dynamic force are systematically reviewed and discussed in view of principle and practicality. The importance of data modeling and evaluation in dynamic force calibration, value traceability and transmission of force are also illustrated. It provides a theoretical basis for the establishment of dynamic force measurement data evaluation mechanism.

Key words: metrology; system modeling; data evaluation; traceable measurement; dynamic force

0 引言

动态计量数据作为一种典型的科研数据, 是国家质量基础的核心内容之一^[1-2]。在计量领域, 测量数据的正确建模与分析是处理复杂系统量值溯源与传递的关键。

计量需要选取合适的动态发生信号作为标准量的激励源, 用以激发被校准传感器、测量装置、实验装置等工业仪器仪表的动态特性^[3-4]。例如: 在动态力校准中, 既可选择电磁激振器、机械激振器等产生标准正弦激励信号来激发被校准仪表的动态频域特性, 也可以选择落锤式冲击力校准

收稿日期: 2022-01-12; 修回日期: 2022-02-21

基金项目: 国家市场监督管理总局科技计划项目(2021MK189)

引用格式: 江文松, 吴娅辉, 李新良, 等. 动态力计量建模与分析方法综述 [J]. 计测技术, 2022, 42 (2): 2-12.

Citation: JIANG W S, WU Y H, LI X L, et al. Review of modeling and analysis methods on traceable measurement of dynamic force [J]. Metrology and measurement technology, 2022, 42 (2): 2-12.



装置产生标准半正弦脉冲激励信号来激发被校准仪表的瞬态响应特性。

对被校准仪表建立数学模型既能帮助计量检定人员了解其工作原理，选择合适的计量方式，也可为生产厂家开展仪表参数的辨识和校准提供量值溯源的可能^[5-6]。例如：在建立好压力传感器的二阶参数化模型之后，采用激波校准法实现其参数的辨识和二阶模型响应特性的量化^[7]。

动态力校准装置通过施加标准激励和可溯源的量值测量，就能通过辨识的数学模型进行动态时域特性和频域特性评价。例如：通过时域上的上升时间、峰值时间或频域上的穿越频率可以评价被校准仪表的响应速度；通过时域上的调节时间、超调量、或频域上的相位裕量可以评价被校准仪表的稳定性；通过稳态误差或动态降落可以判断被校准仪表的抗干扰特性等^[8-12]。

由于对计量活动认识的局限性，测量过程不可避免地存在测量误差、建模误差、数据分析误差等，产生具有一定量值水平的测量不确定度^[13]。通过这些评价指标，实现动态量值的立体计量。例如：Heisenberg在1927年针对量子物理学实验首次提出了测不准原理及概念，1993年国际不确定度工

作组联合各个专业国际组织和各国计量部门，制定了《测量不确定度表示指南》（《Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement》，简称《GUM》），被世界各国及国际组织沿用至今，并被广泛应用于航空航天、电力电子等现代高端制造行业^[14-15]。

因此，激励源设计、被校准仪表建模、动态时频域评价、测量不确定度评定等数据处理方法是开展动态校准、量值溯源与传递等的关键环节。本文以动态力校准为例，分别通过讨论激励源的分类形式、工作原理及模型，分析动态计量参数的建模方法，建立其计量数据的时频域评价体系，介绍动态校准数据的测量不确定度评定方法，系统地概述动态力计量的建模和分析理论，为动态力计量数据评价机制的建立提供理论基础。

1 动态力激励信号的量值表征

在动态计量领域，通常采用阶跃信号、脉冲信号、正弦信号、斜坡信号、抛物线信号等特征数据作为典型的激励源。在动态力校准实践中，前三种类型的信号较为常见，属于常规激励信号，通常利用这些激励开展不同形式动态量值的测量、溯源、校准及评价等计量活动，如图1所示。

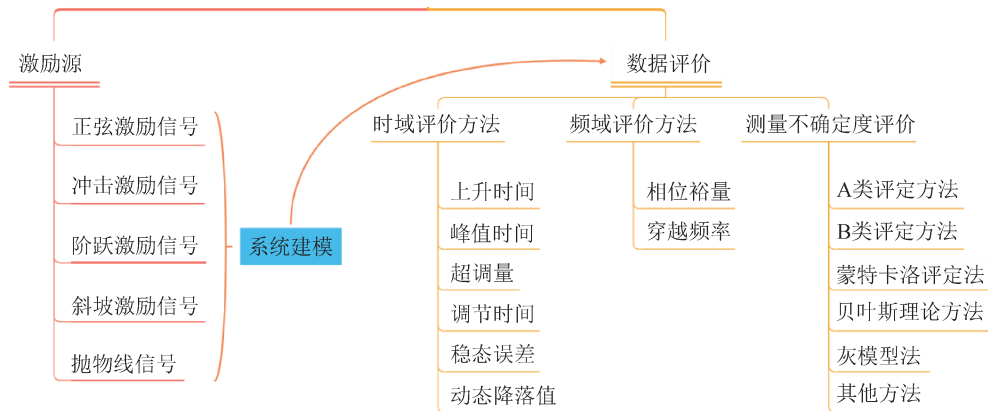


图1 动态量值计量过程的建模与分析方法

Fig.1 Modeling and analysis method of traceable measurement for the dynamic quantity

1.1 常规激励源

1.1.1 正弦激励信号

正弦激励信号 $r(t)$ 属于周期变化的信号，在交流供电电源、动态力、动态压力、振动、动态温度等现场校准过程中较为常见，经常在动态校准过程中，用于信号的频谱分析，其数学表达式为

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A \cdot \sin \omega t & t \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{L(r(t))} R(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (1)$$

式中： A 为信号的幅值； ω 为角频率； t 为时间，s；在频域表达上， $r(t)$ 需要进行拉普拉斯变换， $L(r(t))$ 为对 $r(t)$ 进行拉普拉斯变换，得到其频域表征形式值 $R(s)$ ； s 为频率，Hz。

在动态校准过程中，将正弦信号作为激励，通过频率特性法计算被校准仪表的频率响应特性，实现其幅频特性、稳定性等动态过程指标的分析。例如：正弦激振器为正弦力激励源，输出周期频率可变的动态力，如图2所示。

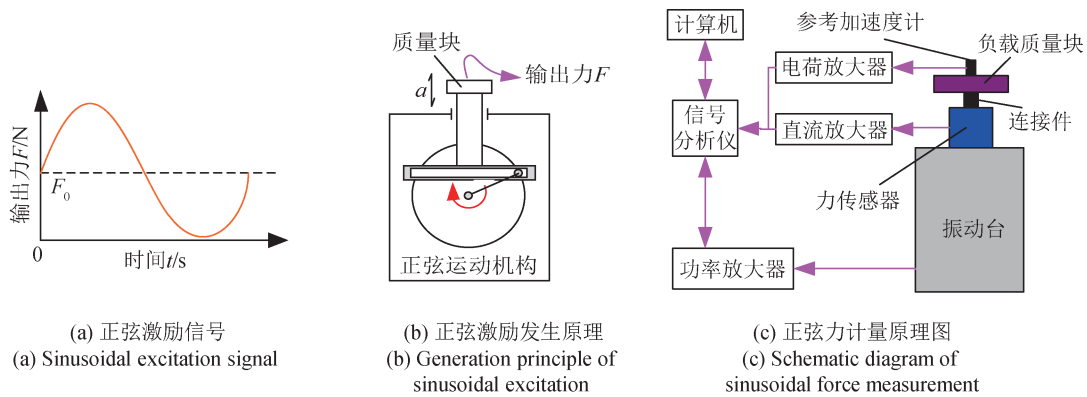


图2 正弦激励源及信号发生原理

Fig.2 Sinusoidal excitation and its signal generation principle

由于常规激励源具有激发动态特性的良好能力，研究人员近年来针对正弦激励源设计了动态力计量装置，并做了大量的研究。通过被校准力传感器、负载质量块和参考传感器来实现动态载荷的精确计量与校准^[16]，动态力校准的矢量受力方程为

$$\vec{F} = (m_1 + m_2)\vec{a}(t) \quad (2)$$

式中： m_1 为标准质量块质量，kg； m_2 为连接件的质量，kg。

正弦力校准装置最早由德国联邦物理技术研究院（Physikalisch-Technische Bundesanstalt，PTB）提出，利用波形发生器、功率放大器和高精度振

动台产生特定频率和幅值的正弦力。2002年，T. Bruns研究员和R. Kümme教授在此基础上对引入气浮技术、减震技术和加速度传感器网络等，实现横向偏摆、惯性质量、加速度分布不均匀等影响因素的干扰消除，在10 Hz~2 kHz的频率范围内实现了100，800 N和10 kN的正弦力，测量不确定度达0.4%^[19]。法国国家实验室（Laboratoire national de métrologie et d'essais，LNE）和西班牙计量中心（Centro Español de Metrología，CEM）及北京长城计量测试技术研究所（Changcheng Institute of Metrology & Measurement，CIMM）等也基于该原理设计了系列正弦力校准装置（如图3所示），并实现国际比对^[20]。

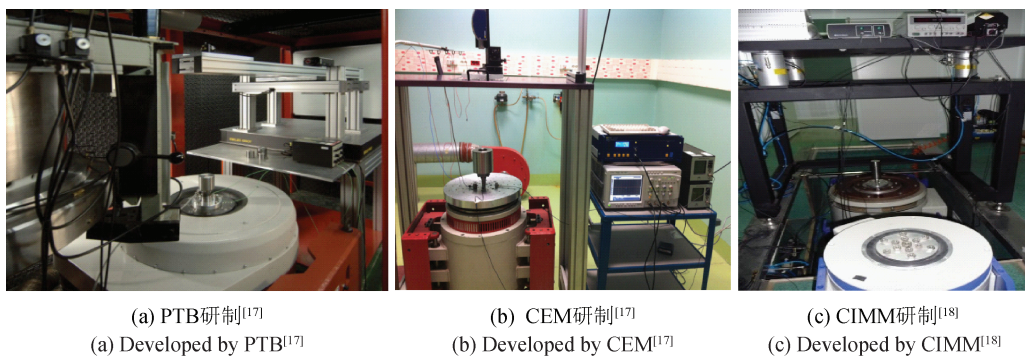


图3 不同型号正弦力计量装置

Fig.3 Different sinusoidal force measuring devices

1.1.2 冲击激励信号

冲击信号持续时间极短，其数学表达式为

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0, t > \varepsilon \\ H/\varepsilon & 0 \leq t \leq \varepsilon \end{cases} \xrightarrow{L(r(t))} R(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (3)$$

式中： H 为冲击幅值； ε 为脉宽。通常当 $H=1$ 且脉

宽逼近时，即为常见的单位理想冲击函数 $\delta(t)$ ，其面积为脉冲强度。据此可知 $\delta(t)$ 信号的拉普拉斯变换为1，具有瞬间无穷大的能量，因此这种信号无法在实际工程中获得，如图4所示。

在计量实践中，通常把 ε 远小于被测传感器响应时间的窄脉冲半正弦信号近似为 $\delta(t)$ 函数。

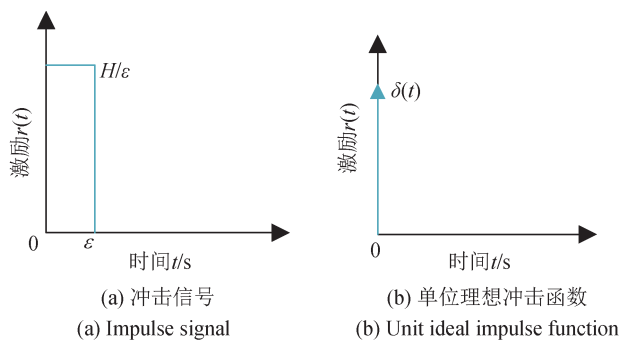


图4 冲击信号与单位理想冲击函数

Fig.4 Impulse signal and the unit ideal impulse function

例如：落锤式发生装置可以近似为冲击力激励源，能够输出不同脉冲宽度和脉冲幅值的动态力，如图5所示。

冲击力校准装置由激励源和测量单元组成。各国也基于该激励原理实现冲击力计量装置的研制，如图6所示。例如：中国计量科学研究院（National Institute of Metrology, China, NIM）20世纪80年代就开展了500 N~200 kN冲击力校准典型装置研制，其在0.6 ms的脉冲宽度的测量不确定度为2%，此时自由度取 $k=3$ ^[21]；印度国家物理实验室（National Physical Laboratory India, NPLI）在2012年联合德国PTB研制了1 kN~1 MN的冲击力校准装置，实现了100, 200, 500, 1000 kN等冲击力的溯源，重复性误差接近1%^[22]；CIMM研制的冲击力校准装置，能够实现0.5 ms脉宽、180 kN冲击力的溯源，重复性测量误差不大于1%^[23]。

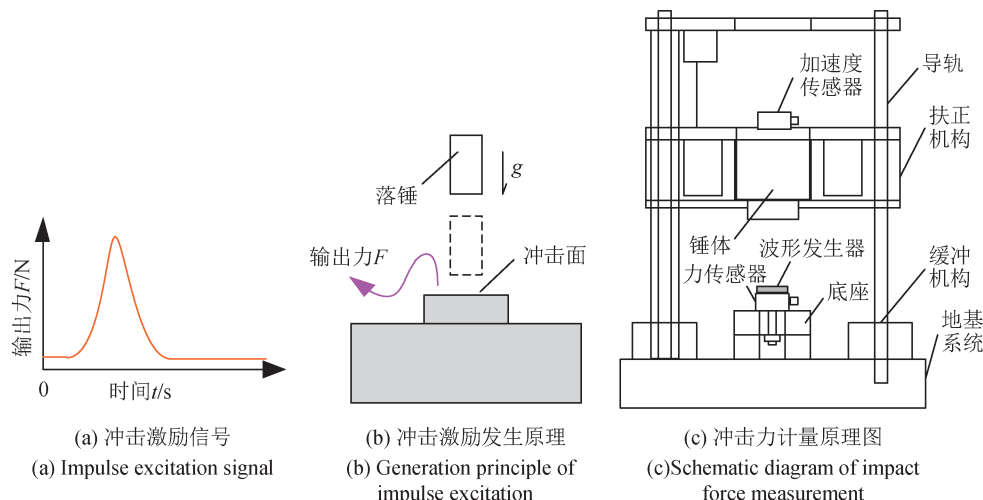


图5 冲击激励源及信号发生原理图

Fig.5 Impulse excitation and its signal generation principle

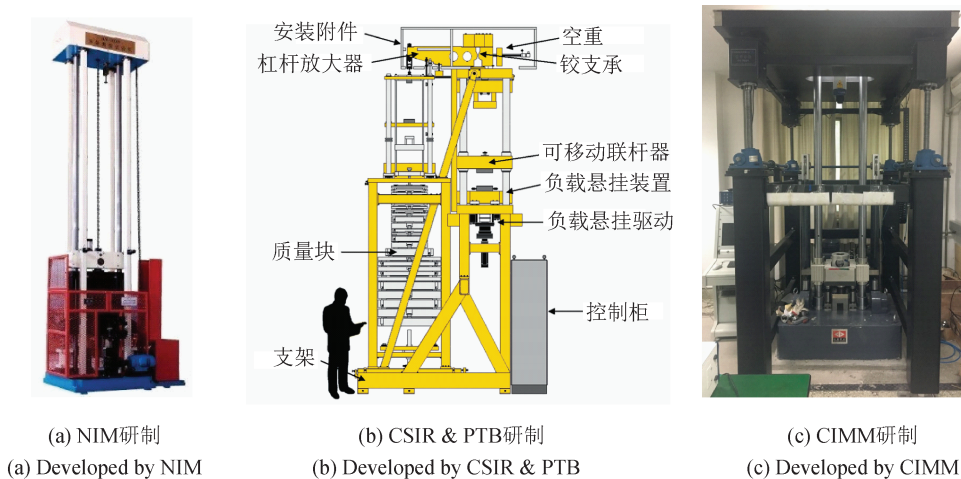


图6 不同型号冲击力计量装置

Fig.6 Different impact force measuring devices

1.1.3 阶跃激励信号

阶跃信号为通过瞬间突变后保持的信号，其数学模型可表示为

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ R_0 & t \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{L(r(t))} R(s) = \frac{R_0}{s} \quad (4)$$

式中： R_0 为常量，当 $R_0=1$ 时称为单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ ，在进行动态特性分析时，可将其进行拉普拉斯变换为 $R(s)$ 。

阶跃信号的发生比较特殊，既需要具备瞬态突变特征，又需要有量值保持能力。例如：激波管的膜片破裂、脆性梁的断裂、电源突然通断、负载突变等均近似地认为会输出阶跃信号。另外，阶跃信号是传感器或测量系统时域性能分析的常用激励，因此被广泛应用于动态性能分析。在动态力校准中，脆性梁的瞬间断裂产生的负载通常为阶跃力，用来产生标准阶跃激励，如图7所示。

阶跃力校准主要以卸荷的方式产生，例如，德国PTB实现了20 kN和250 kN的阶跃力发生，北京航空航天大学黄俊钦教授实现了196 kN阶跃力校准^[24]；北京理工大学也利用该方法实现了100 kN负阶跃力校准^[25]；北京长城计量测试技术研究所采用快速卸载方式在10~100 μ s的上升时间实现了1.2 MN负阶跃力校准等^[18]。但相比于正弦力和冲击力校准方式，由于阶跃信号的保持难度较大，因此在计量实践中并不多见。

1.2 其他激励源

1.2.1 斜坡激励信号

斜坡信号是随时间 t 线性增长的信号，其数学表达式为

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ v_0 t & t \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{L(r(t))} R(s) = \frac{v_0}{s^2} \quad (5)$$

式中： v_0 为常量，当 $v_0=1$ 时描述的激励称为单位斜坡信号。在进行动态特性分析时，可将其进行拉普拉斯变换为 $R(s)$ 。

1.2.2 抛物线信号

抛物线信号随时间 t 以等加速度增长，因此也称为等加速度信号，其数学表达式及拉普拉斯变换形式可以表示为

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{2} a_0 t^2 & t \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{L(r(t))} R(s) = \frac{a_0}{s^3} \quad (6)$$

式中： a_0 为常量，当 $a_0=1$ 时，称为单位等加速度激励信号。

由于斜坡信号和抛物线信号作为激励源不仅不容易准确实现信号发生与放大，还很难激发被校准传感器或仪器的动态性能，因此在动态校准中并不常见。

2 动态力校准参数的建模与分析方法

2.1 动态系统建模

当确定了激励源之后，建立被校准仪表的模型是动态计量的关键环节。为此需要利用被校准仪表上的激励和响应信号，对其模型进行辨识。

针对原理已知的白箱系统，通常对其各个环节所遵循的基本物理规律建立微分方程组，通过消除中间变量和归一化处理，建立传感器输入与输出之间的微分方程（由输出量的各阶导数和输入量的各阶导数及系统结构参数构成），从而得到动态系统的数学模型。

令 n 阶线性定常系统，其数学模型可用 n 阶线性定常微分方程描述为

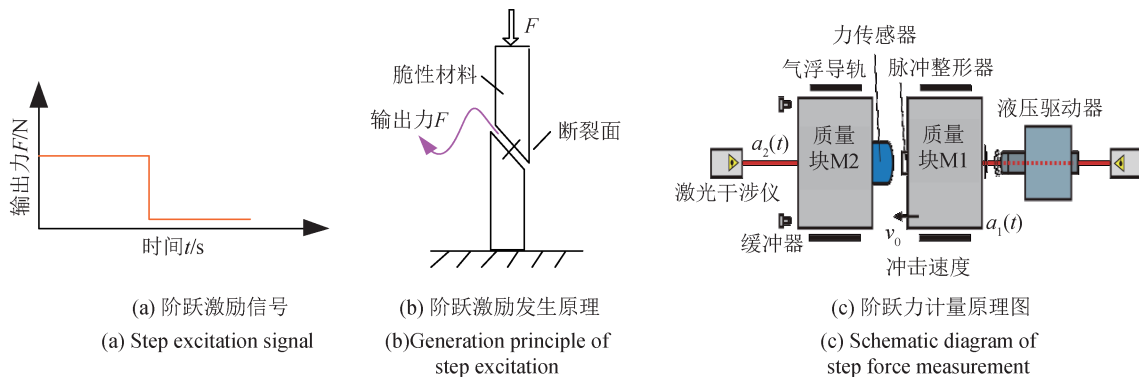


图7 阶跃激励源及信号发生原理

Fig.7 Step excitation and its signal generation principle

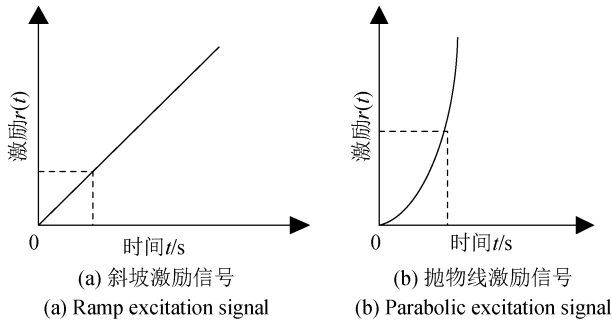


图8 其它激励源

Fig.8 Other excitations

$$\begin{aligned}
 a_0 \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dc(t)}{dt} + a_n c(t) = \\
 b_0 \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dr(t)}{dt} + b_m r(t) \quad (n \geq m)
 \end{aligned} \quad (7)$$

式中： $c(t)$ 为输出量； $r(t)$ 为输入量，即激励源信号； a_i 和 b_j 分别为系统结构参数， $i=1 \dots n$ ， $j=1 \dots m$ 。可见，动态系统的数学模型能揭示不同类型传感器物理系统的共性内在特征，给动态校准过程带来便捷。

为了求得被校准仪表的传递函数 $G(s)$ ，在零初始条件下，对式 (7) 进行拉普拉斯变换，即

$$\begin{aligned}
 G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \\
 \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (n \geq m)
 \end{aligned} \quad (8)$$

针对黑箱模型，通常还需要在多次重复实验的条件下，采用参数辨识的方式对激励和响应信号的卷积、归一化、聚类、模态分解或正则化等进行信号处理，实现黑箱模型参数及微分关系的辨识，从而建立被校准仪表的动态模型。

以动态力计量建模为例，在力传感器动态建模过程中，为了溯源更为准确的动态力，通常还会在式 (2) 的基础上增加修正因子。例如，采用多传感器融合的方式修正加速度分布不均引起的测量误差，建立的时域修正模型为

$$\vec{F}_\omega(t) = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \sum_{i=1}^{n=5} \vec{a}_i(t) \frac{\sin(\sqrt{\frac{\rho}{E}} \omega^2 \cdot l)}{nl \cdot \sqrt{\frac{\rho}{E}} \omega^2} \quad (9)$$

式中： m_3 为传感器的惯性质量，kg； ω 为振动台的激振频率，Hz； l 为负载质量块的长度，mm； ρ 为

负载质量块的密度； E 为杨氏模量； n 为质量块上表面参考加速度计的数量。

为了便于动态特性分析，力传感器通常可以近似为二阶模型。其中，压电材料具有弹性和阻尼特征，弹性结构的劲度系数为 k ，阻尼结构的阻尼系数为 f ，顶部质量块的质量为 m_1 ，基部质量块的质量为 m_2 ，在动态力 $F(t)$ 的作用下，建立质量块 m_1 和 m_2 及其在空间上产生的相对时变位移 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 之间的受力平衡关系，从而得到力传感器的开环传递函数 $G(s)$ 为

$$G(s) = \frac{U(s)}{F(s)} = \frac{a \cdot m_2}{m_1 m_2 s^2 + (m_1 + m_2) f s + (m_1 + m_2) k} \quad (10)$$

根据传递函数，获得频率特性表达式，即

$$G(j\omega) = \frac{am_2}{(j\omega - s_1)(j\omega - s_2)} = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} \quad (11)$$

通过式 (11) 可得到 $G(s)$ 的幅频特性 $A(\omega)$ 和相频特性 $\varphi(\omega)$ 。因此，只要确定了被校准力传感器的频率特性，就能辨识其关键参数水平。力传感器动态特性由其传递函数确定，采用上述的正弦、阶跃或脉冲等常规激励作用，即可求解传递函数模型的各项参数，实现动态力测量过程的动态建模。

2.2 时域评价方法

在动态计量中，被校准传感器的时域动态指标通常采用阶跃激励 $r(t)$ 作用，评价被校准仪表的跟随性能及稳定性能。典型的被校准传感器的阶跃响应曲线如图 9 所示，其中，反映响应特性的指标包括上升时间 t_r 、峰值时间 t_p 、超调量 $\sigma\%$ 、调节时间 t_s 、振荡次数、动态降落、恢复时间及稳态误差等。

设某被校准传感器为二阶线性定常系统，即 $n=2$ ，在阶跃激励 $r(t)$ 作用下的输出 $c(t)$ 的拉普拉斯变换为

$$C(s) = \Phi(s)R(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s} \quad (12)$$

式中： ξ 为被校准传感器的阻尼系数， $\Phi(s)$ 为被校准传感器的传递函数，根据其分母 $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$ 即可求得两个特征根，分别为

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (13)$$

通常根据 ξ 在 $[0, +\infty)$ 上取值的不同，特征值 $s_{1,2}$ 有可能为实数根、复数根或重根。被校准传感

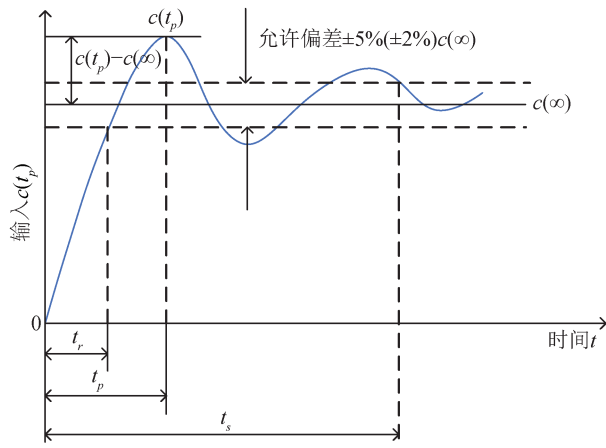


图9 阶跃响应曲线及性能指标

Fig.9 Step response curve and performance index

器动态时域性能评价指标分别如下:

1) 上升时间

上升时间 t_r 是系统输出响应从稳态值的 10% 上升至稳态值的 90% 所需时间。因此, 根据式 (8) 可求得 $c(t)$ 为

$$c(t) = 1 - c(t_r) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_d t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_d t_r + \beta) = 1 \quad (14)$$

由定义即可求出上升时间 t_r 为

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = \frac{\pi - \beta}{\omega_d \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (15)$$

式中: $\beta = \arctan\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}\right)$, 由此可见, t_r 越小, 被校准传感器的初始响应越快, 性能越好。

2) 峰值时间

峰值时间 t_p 是指传感器或系统的输出响应自零时刻开始到首次达到峰值所经历的时间。对于二阶系统, 此时的 $c(t)$ 在 t_p 时刻的一阶导数为 0, 即

$$\left. \frac{dc(t)}{dt} \right|_{t=t_p} = \frac{-1}{\sqrt{1 - \xi^2}} [-\xi\omega_n e^{-\xi\omega_n t_p} \sin(\omega_d t_p + \beta) + \omega_n e^{-\xi\omega_n t_p} \cos(\omega_d t_p + \beta)] = 0 \quad (16)$$

于是可求得峰值时间为

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (17)$$

3) 超调量

超调量 $\sigma\%$ 为传感器或系统的输出响应超出稳态值的最大偏离量占稳态值的百分比, 即

$$\sigma\% = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\% \quad (18)$$

由式 (18) 可知, $\sigma\%$ 越小, 被校准仪表的动态响应越平稳。

4) 调节时间

调节时间 t_s 是从零时刻开始, 被校准仪表的输出响应进入并保持在某一误差带 Δ 之内所需的时间, 通常 Δ 取 $\pm 5\%$ (或 $\pm 2\%$)。

显然, 误差带越小, 对被校准仪表的计量特性要求就越高; 调节时间越小, 表明被校准仪表的动态响应过程越短, 即响应越快速。

5) 稳态误差

从定性的角度看, 被校准仪表的输出量围绕稳态值摆动的次数越少、摆动的幅度越小, 表明系统稳定性越好。这种摆动次数和摆动幅度通常用稳态误差 e_{ss} 来定量表示。稳态误差是指系统期望值 $r_0(t)$ 与实际稳态值 $r(t)$ 之间的差值, 即

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} [r(t) - r_0(t)] \quad (19)$$

由式 (19) 可知, e_{ss} 越小, 系统稳态精度越高。

6) 动态降落值

动态降落值 ΔC_{max} 用于衡量被校准仪表的抗扰动性能, 通过对稳态过程施加一个标准负阶跃激励, 就能测量出被校准仪表响应的最大降落值 ΔC_{max} , 从扰动激励到最大降落值之间的过渡时间称为降落时间 t_m 。

当采用脉冲信号、正弦信号等其它激励源时, 还需要通过被校准传感器的输出计量数据的峰值、脉冲宽度、平均值等特征指标来评价其动态计量性能。

2.3 频域评价方法

以典型二阶系统为例, 无论是时域评价方法还是频域评价方法, 关注的重点均为被校准仪表输出响应的快速性和稳定性。区别于时域评价方法, 常用频率特性中的穿越频率 ω_c 来反映系统的快速性, 用相位裕量 γ 来衡量系统的相对稳定性。

令 $s = j\omega$, 根据式 (8) 可知, 被校准仪表的幅频特性 $A(\omega)$ 可表示为

$$A(\omega) = \frac{\omega_n^2}{\omega \sqrt{\omega^2 + (2\xi\omega_n)^2}} \quad (20)$$

相频特性 $\varphi(\omega)$ 为

$$\varphi(\omega) = -(90 + \arctan\left(\frac{\omega}{2\xi\omega_n}\right)) \quad (21)$$

1) 相位裕量

将穿越频率 ω_c 代入式 (16) 并令 $A(\omega_c) = 1$,

即可得到相位裕度 γ 为

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = \arctan\left(\frac{2\xi}{\sqrt{4\xi^4 + 1} - 2\xi^2}\right) \quad (22)$$

对于典型二阶系统，相位裕量 γ 只与系统的阻尼比 ξ 有关，具体地，当 ξ 越大则 γ 越大，被校准仪表的平稳性及相对稳定性越高，如图 10 所示。

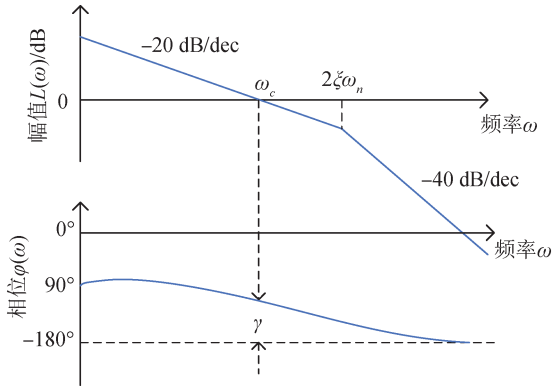


图 10 典型二阶系统幅频特性曲线

Fig.10 Amplitude-frequency characteristic curves of typical second-order systems

2) 穿越频率

将时域分析中的调节时间 t_s ，令误差带 $\Delta = \pm 5\%$ ，则可得到 t_s 与穿越频率 ω_c 之间满足

$$t_s \omega_c = \frac{6}{\tan \gamma} \quad (23)$$

由此可知，调节时间 t_s ， ω_c 与 γ 之间满足函数关系。具体地，在相位裕度 γ 不变时，穿越频率 ω_c 越大，调节时间 t_s 越短，被校准传感器及系统的响应越快。

另外，在进行典型高阶测试系统的频域特性评价时，谐振频率和阻尼比系数也常常被用于判断其系统的跟随性能及稳定性能。由于二者均可与相位裕量、穿越频率建立算法转换联系，因此在功能原理上类似，在此不再赘述。

3 测量不确定度评定

测量不确定度是一个体现测量值分散性的参数，它由基于概率论和统计理论的 A 类评定和基于先验知识的 B 类评定得到，是两类传统评定方法。

3.1 两类传统评定方法

3.1.1 A 类评定方法

假设某被测量 x ，在相同测量条件下独立重复

测量 n 次，观测值为 x_i ($i=1, 2, \dots, n$)，任意一次测量值 x_k 的 A 类标准不确定度用其实验标准差 $s(x_k)$ 表示，因此，采用统计分析的方法求得的标准差即为 A 类评定方法，以贝塞尔公式法为例，标准差为

$$s(x_k) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (24)$$

除此之外，标准差还可采用极差法、最大残差法、最大方差法、彼特斯法等进行求解。

3.1.2 B 类评定方法

该方法是基于信任度的主观概率方法。当输入量 X_i 的估计值 x_i 不由重复观测得到时，估计方差或标准不确定度可根据 X_i 的可能变化的全部有关信息的判断来评定，这些信息来源可能包含：以前的测量数据、对有关材料和仪器特性的了解、生产厂提供的技术说明书、校准证书或其他证书提供的数据、手册给出的参考数据的不确定度、规定实验方法的国家标准或类似技术文件中给出的重复性限 r 或复现性限 R 。

在动态力校准过程中，误差主要来源于各个观测值。其中，冲击力校准装置主要测量误差源包括有效碰撞质量的测量误差、激光光轴与运动方向的夹角误差、激光干涉仪的测量误差、落锤的加速度分布不均匀引入的误差、落锤的横向偏摆引入的误差、二次仪表误差和重复性测量误差等；正弦力校准装置的测量误差主要来源于等效质量的测量误差、激光光轴与运动方向的夹角误差、激光干涉仪的测量误差、质量块的加速度分布不均匀引入的误差、激振器的横向偏摆引入的误差、激振器波形失真和重复性测量误差等。其中，重复性测量误差可采用 A 类评定方法求解标准差，其他误差来源可采用 B 类评定方法求解标准差。

3.2 蒙特卡洛法

传统评定方法仅适用于高斯分布模型，当测量模型具有偏导、积分等复杂函数时，测量不确定度的传统评定方法很难解决。为此，ISO/IEC Guide 98-3 系列标准规定了蒙特卡洛法评定测量不确定度的实施步骤。

已知测量模型为 $Y=f(X)$ ，抽样样本 $X=(x_1, x_2, \dots, x_N)$ ，其概率分布函数为 $p_x(\xi)$ ，对应输出模型样本为 $Y=(y_1, y_2, \dots, y_N)$ ，对应的概率分布函数为 $p_y(\xi)$ 。蒙特卡洛法的具体步骤如下：

1) 选择蒙特卡洛仿真试验次数

蒙特卡洛仿真试验次数 M 决定输出量的样本容量。 M 值越大, 样本容量越大, 越接近于输出量的真实情况。通常 M 的取值使包含区间达到 95% 及以上为宜。

2) 确定输入样本的概率密度函数

蒙特卡洛法的评定结果依赖于测量模型, 因此各输入量的概率密度函数是评定结果的约束。由于各输入量的概率密度函数依赖于数据本身规律, 因此可以通过直接法、贝叶斯法、最大熵原理等统计分析方法来设定 X 的概率密度函数。

3) 输入样本的概率密度函数抽样

根据上述概率密度函数, 对输入样本 X 进行 M 次随机抽样, 得到 $M \times N$ 维输入样本的伪随机数矩阵 $V_{M \times N}$ 。

4) 输出样本值的计算

将上述矩阵 $V_{M \times N}$ 代入测量模型 $Y=f(X)$ 中, 即可得到对应的 M 组输出量 $W_{M \times N}$ 。

5) 输出评定结果

根据输出量 Y 的抽样 $W_{M \times N}$, 计算输出量 Y 的数学期望和标准差, 其中数学期望即为 Y 的估计值, 标准差即为标准测量不确定度; 通过分布函数 $p_y(\xi)$ 得到 Y 的包含区间和置信概率。

3.3 其他评定方法

由于传统评定方法依据大数定律和中心极限定理, 当先验信息缺乏或测量数据为小样本量时, GUM 因缺乏理论基础会出现评估偏差和置信度下降的问题。为此, 依据先验知识的贝叶斯理论、灰模型法及自助法等非统计分析方法被用于测量不确定度的评定上。

3.3.1 贝叶斯理论方法

设测量模型的参数为 θ , 测量数据样本集为 $X=(x_1, x_2, \dots, x_N)$, 该样本的似然函数为 $L(x|\theta)$, 采用贝叶斯理论可计算后验分布, 即

$$\pi(\theta|x) \propto L(x|\theta)\pi(\theta) \quad (25)$$

由此即可确定后验分布的概率密度函数, 测量结果取 n 次测量数据的平均值 μ , 将后验分布密度函数的数学期望表示最佳估计值 $\hat{\mu}$, 其标准差表示标准不确定度 u , 即

$$\begin{cases} \hat{\mu} = E[\pi(\mu|x)] \\ u = \sqrt{D[\pi(\mu|x)]} \end{cases} \quad (26)$$

由此即可实现测量不确定度的评定。

3.3.2 灰模型法

设被测量重复测量 n 次, 测量数据为 $X=(x(k)|k=1, 2, \dots, n)$, 首先, 将数据序列 X 按升序的方式排列成序列 $X^{(0)}$, 利用灰色模型将 $X^{(0)}$ 一次累加生成 (1-AGO) 得到新序列 $X^{(1)}$, 即

$$X^{(1)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) + \dots + x^{(0)}(n)) \quad (27)$$

同时, 定义

$$\Delta(k) = \frac{x^{(1)}(n)}{n}k - x^{(1)}(k) \quad (28)$$

对式 (28) 取最大值 Δ_{\max} , 表示测量序列累加曲线与 $X^{(0)}$ 极值连线之间的偏差最大值, 即

$$\Delta_{\max} = \max(\Delta(k)|k=1, 2, \dots, n) \quad (29)$$

若用单次测量值 x_i 作为测量结果, 则标准不确定度可以表示为

$$u = c \frac{\Delta_{\max}}{n} \quad (30)$$

式中: c 为灰度系数, 由灰色 GM (0, N) 模型求得。

由此可以看出, 贝叶斯法侧重于建立后验分布规律, 灰模型法侧重于小样本数据的挖掘, 这两种方法都旨在解决数据规律未知情况下的不确定度评价。但鉴于这类新方法在适用场合上的特殊性和对数据的二次加工处理, 通常只会作为两类传统评定方法和 MCM 方法的补充。

3.4 不确定度合成与表示方法

根据测量模型 $Y=f(X)$, 测量的估计值 \hat{y} 为

$$\hat{y} = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (31)$$

根据上述方法求得的标准不确定度, 被测量估计值的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 表示为

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u(x_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j)} \quad (32)$$

式中: x_i 为 X 的估计值; $u(x_i)$ 为估计值 x_i 的标准不确定度; $\partial f / \partial x_i$ 为 y 与 x_i 之间的相关系数。当确定了各标准不确定度分量 $u(x_i)$ 的自由度 v_i , 即可利用式 (33) 计算合成标准不确定度的自由度 v , 即

$$v = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (33)$$

为了保证扩展不确定度是被测量可能值包含区间的半宽度, 扩展不确定度 U 由合成标准不确定

度 u_c 乘以包含因子 k 得到, 即

$$U = k \cdot u_c(y) \quad (34)$$

测量不确定度的表示方式有很多, 最为常见的有以下两种情况:

1) 当不确定度用合成标准不确定度表示时, 表示形式为

$$Y = y \pm u_c(y), (\text{单位}), \text{自由度 } v \quad (35)$$

2) 当不确定度用扩展不确定度表示时, 表示形式为

$$Y = y \pm U, (\text{单位}) \quad (36)$$

通过上述过程, 即可实现测量不确定度的评价。

4 结论

系统性地综述了动态力计量的建模和分析方法, 探讨了激励源、参数建模、数据评价、测量不确定度评定等计量基础理论在实际计量工程案例中的应用。针对动态力校准过程中标准激励发生方式, 探讨了各类激励信号源的原理、数学表示形式, 简要介绍了不同量值溯源中的激励装置。针对被校准仪表的黑白箱模型, 以动态力校准为例, 分别介绍了基于物理环节的微分-传递函数建模方法和基于卷积、归一化、聚类、模态分解或正则化等信号处理的参数辨识方法。建立动态力校准模型的时域评价体系和频域评价体系, 实现动态力校准模型的动态性、跟随性和稳定性的综合评价; 系统地建立了动态力校准数据的测量不确定度评价方法体系, 实现测量数据的可溯源。

参考文献

- [1] BARTOLI C, BEUG M F, BRUNS T, et al. Traceable dynamic measurement of mechanical quantities: objectives and first results of this european project [J]. International journal of metrology and quality engineering, 2013, 3(3):127-135.
- [2] 新华. 国家质量基础设施、计量等写入“十四五”规划建议[J]. 中国计量, 2020, 12:5.
- XIN H. National quality infrastructure and metrology were included in the 14th Five-Year Plan [J]. China metrology, 2020, 12:5. (in Chinese)
- [3] 党皓. 计量数据的处理[J]. 计量与测试技术, 2017, 44(11):64-65, 68.
- DANG H. The processing of measurement data [J]. Metrology and measurement technique, 2017, 44(11):64-65, 68. (in Chinese)
- [4] KOROVAITSEV A A, LOMAKIN M I, DOKUKIN A V. Evaluation of metrological reliability of measuring instruments under the conditions of incomplete data [J]. Measurement techniques, 2014, 56(10):1111-1116.
- [5] 胡寅寅, 率志君, 李玩幽, 等. 设备载荷识别与激励源特性的研究现状[J]. 噪声与振动控制, 2011, 4:1-5, 15.
- HU Y Y, SHUAI Z J, LI W Y, et al. Status quo of study on machine, s load identification technique [J]. Noise and vibration control, 2011, 4:1-5, 15. (in Chinese)
- [6] ESWARD T, EICHSTA S, SMITH I, et al. Estimating dynamic mechanical quantities and their associated uncertainties: application guidance [J]. Metrologia, 2019, 56(1):15002.
- [7] ASWAL D K. Quality infrastructure of india and its importance for inclusive national growth [J]. Mapan-journal of metrology society of India, 2020, 35(2):139-150.
- [8] 胡寿松. 自动控制原理[M]. 北京:国防工业出版社, 1984.
- HU S S. Automatic control theory [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1984. (in Chinese)
- [9] 黄坚. 自动控制原理及其应用[M]. 北京:高等教育出版社, 2016.
- HUANG J. Automatic control theory & applications [M]. Beijing: Higher Education Press, 2016. (in Chinese)
- [10] 李永新, 吴健. 信号与动态测量系统[M]. 北京:人民邮电出版社, 2014.
- LI Y X, WU J. Signal and dynamic measurement system [M]. Beijing: Posts and Telecommunications Press, 2014. (in Chinese)
- [11] PHAM P T, HONG K S. Dynamic models of axially moving systems: A review [J]. Nonlinear dynamics, 2020, 100(1):315-349.
- [12] AKUNDI A, LOPEZ V. A review on application of model based systems engineering to manufacturing and production engineering systems [J]. Procedia computer science, 2021, 185:101-108.
- [13] SCHMITT R H, PETEREK M, MORSE E P, et al. Advances in large-scale metrology—review and future trends [J]. CIRP annals-manufacturing technology, 2016, 65(2):643-665.
- [14] 王中宇, 刘智敏, 夏新涛, 等. 测量误差与不确定度评

- 定[M]. 北京:科学出版社,2008.
- WANG Z Y, LIU Z M, XIA X T, et al. Evaluation of measurement error and uncertainty [M]. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese)
- [15] 葛乐矣,王中宇. 基于灰色系统理论的小样本动态测量数据处理[J]. 计量学报, 2009(4):369-373.
- GE L Y, WANG Z Y. Uncertainty evaluation for small sample dynamic measurement based on grey system theory[J]. Acta metrologica sinica, 2009(4):369-373. (in Chinese)
- [16] KOBUSCH M, BRUNS T, KLAUS L, et al. The 250 kN primary shock force calibration device at PTB [J]. Measurement, 2013, 46(5):1757-1761.
- [17] BARTOLIAI C, BEUGA M F, BRUNSA T, et al. Traceable dynamic measurement of mechanical quantities objectives and first results of this european project[J]. International journal of metrology and quality engineering, 2012, 3(3):127-135
- [18] 尹肖,张力,王宇,等. 动态力校准中力传感器端部等效质量测量方法研究[J]. 计测技术, 2014, 34(6):50-54.
- YIN X, ZHANG L, WANG Y, et al. Measurement methods of the equivalent mass of force sensors in dynamic force calibration [J]. Metrology and measurement technology, 2014, 34(6):50-54. (in Chinese)
- [19] KUMME R. Investigation of the comparison method for the dynamic calibration of force transducers [J]. Measurement, 1998, 23(4):239-245.
- [20] BRUNS T, KUMME R, KOBUSCH M, et al. From oscillation to impact: the design of a new force calibration Device at PTB [J]. Measurement, 2002, 32(1):85-92.
- [21] MENG F, ZHANG Z M, ZHANG Y, et al. Dynamic force calibration by impact excitation [C]. 16th International Congress of Metrology, 2014, 77:1-4.
- [22] JAIN S K, KUMAR H, TITUS S, et al. Metrological characterization of the new 1 MN force standard machine of NPL India [J]. Measurement, 2012, 45(3):590-596.
- [23] 商佳尚,王宇. 动态力校准中需要规范的若干问题[J]. 计测技术, 2014, 34(2):1-10.
- SHANG J S, WANG Y. Problems needing specification in dynamic force calibrations [J]. Metrology and measurement technology, 2014, 34(2):1-10. (in Chinese)
- [24] 梁志国,孟晓风. 一种负阶跃力源上升时间的评价[J]. 计测技术, 2008, 28(6):13-15.
- LIANG Z G, MENG X F. The rise time evaluation of one kind of negative step force [J]. Metrology and measurement technology, 2008, 28(6):13-15. (in Chinese)
- [25] 王晓锋,刘正士,王勇,等. 差动式垂直微力测量装置的设计仿真[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2015, 11(4):433-436.
- WANG X F, LIU Z S, WANG Y, et al. Design and simulation of differential vertical micro force measuring device [J]. Journal of Hefei university of technology (natural science), 2015, 11(4):433-436. (in Chinese)
- [26] ZHANG L, WANG Y, ZHANG L Z. Investigation of calibrating force transducer using sinusoidal force [C]. 9th int. Conf. Vibration measurements by laser and noncontact techniques and short course, 2010, 1253:395-402.

(本文编辑:郑燕)



第一作者:江文松(1988—),男,安徽安庆人,副教授,博士,硕士研究生导师,现于中国计量大学任教,主要研究方向为精密测试理论。



通讯作者:张力(1964—),男,辽宁本溪人,研究员,博士生导师,博士,主要从事动态测试与校准技术、先进传感技术研究。