doi：10.11823/j.issn.1674-5795.2025.04.08

转子叶片叶端定时测振的频域分析研究综述

王增坤[1,2]，杨志勃[2*]，乔百杰[2]，吴淑明[2]，曹佳辉[2]，陈雪峰[2]

（1.长安大学 道路施工技术与装备教育部重点实验室，陕西 西安 710064；
2.西安交通大学 航空动力系统与等离子体技术全国重点实验室，陕西 西安 710049）

摘　要：介绍了叶端定时技术的原理，阐述了叶端定时欠采样信号的频域分析研究现状，论述了单支传感器布局、2支传感器布局、特定限制传感器布局、多支传感器布局策略在叶端定时频域分析领域的应用情况，介绍了时间序列拟合、带限重构理论、稀疏表示理论、阵列信号处理4种欠采样信号频谱分析方法的原理与优缺点，探讨了叶端定时领域中同步振动分析与异步振动分析的特点。展望了转子叶片叶端定时频域分析技术的发展方向，指出采样不确定性分析、幅值分析有效性评估、新型叶端采样数据分析、特征智能化挖掘与智能故障诊断将成为未来的研究重点。

关键词：转子叶片；叶端定时；非均匀欠采样；传感布局；频谱分析

中图分类号：V232.4；TB939；TH113　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1674-5795（2025）04-0104-15

Review on the frequency domain analysis of blade tip timing measurement for rotor blade vibration

WANG Zengkun[1,2], YANG Zhibo[2*], QIAO Baijie[2], WU Shuming[2], CAO Jiahui[2], CHEN Xuefeng[2]

(1. Key Laboratory of Road Construction Technology and Equipment of MOE, Chang′an University, Xi′an 710064, China;
2. National Key Lab of Aerospace Power System and Plasma Technology, Xi′an Jiaotong University, Xi′an 710049, China)

Abstract: The principle of blade tip timing technology is introduced. The current state of research on the undersampled signal analysis in the frequency domain for blade tip timing is reviewed. The applications of four sensor placement strategies in the frequency domain analysis of blade tip timing are discussed, including a single sensor, dual sensors, sensors with specific location constraints, and multiple sensors. Four approaches for the frequency spectrum analysis of undersampled signals are presented, which are time series fitting, band-limited signal reconstruction theory, sparse representation theory, and array signal processing, with an emphasis on their theoretical foundations as well as their strengths and limitations. The characteristics of the synchronous and asynchronous vibration analysis in the field of blade tip timing are discussed. Furthermore, four future research directions for frequency domain analysis of blade tip timing technology are identified, including uncertainty analysis of sampling, assessment of amplitude analysis validity, data analysis of novel blade tip sampling strategies, and intelligent feature extraction and fault diagnosis.

Key words: rotor blades; blade tip timing; non-uniform undersampling; sensor placement; spectrum analysis

收稿日期：2025-04-11；**修回日期：**2025-05-01

基金项目：国家自然科学基金资助项目(52405088，52075414，92360306)；国家资助博士后研究人员计划项目(GZC20241446)；西安市科学技术协会青年人才托举计划项目(0959202513107)；碑林区科技计划项目(GX2455)

引用格式：王增坤，杨志勃，乔百杰，等. 转子叶片叶端定时测振的频域分析研究综述[J]. 计测技术，2025，45(4)：104-118.

Citation：WANG Z K，YANG Z B，QIAO B J，et al. Review on the frequency domain analysis of blade tip timing measurement for rotor blade vibration[J]. Metrology & Measurement Technology，2025，45(4)：104-118.

0　引言

转子叶片作为构成透平机械的关键部件，承载着能量转换的核心任务，其直接关系到航空发动机的可靠性和寿命[1-2]。航空发动机零部件具有“三高一长”的工作特点，即高压、高速、高温和长期循环往复工作。转子叶片每秒空气吸入量超400 kg，常由于进气道吸入异物导致的打伤而损坏。2018年，西南航空波音737客机发动机发生爆炸，碎片致使机舱破裂，一人遇难，调查结果表明该事故由航空发动机风扇叶片断裂所导致。2021年，联合航空波音777客机的PW4000型发动机风扇叶片断裂，整流罩掉落至居民区，该飞机被迫返航，128架搭载同款发动机的飞机停飞。开展航空发动机转子叶片状态监测与故障诊断研究对于保障飞机飞行安全、降低飞机全周期运行成本、延长飞机服役寿命具有重要意义。

转子叶片信息获取是实现叶片状态监测及故障诊断的先决条件。叶片运动的基本形式包括高速旋转和振动，感知叶片运动是获取叶片信息的重要途径。根据所测物理量是否直接反映叶片运动，转子叶片测量方法可分为间接测量法和直接测量法。典型的间接测量法包括压力测量、排气微粒测量、机匣振动测量[3]和发动机整体性能监测。间接测量法的测量指标通常较为泛化，叶片状态变化指标仅占测量指标的一小部分，并且叶片信息与传递路径高度耦合，导致测量所得信号的信噪比较低。直接测量法可以直接反映叶片的运动状态，典型的直接测量法包括应变片法、频率调制法、激光测振法以及叶端定时法。叶端定时法的原理为：将传感器安装在机匣上，直接采集叶端振动数据。相较于其他直接测量法，叶端定时法具有非侵入、易装机等优势，能够为航空发动机转子叶片在线监测提供可靠的解决方案。但受发动机中测点数目的限制，叶端定时法的平均采样率远低于叶片固有频率，所采集的信号高度欠采样，导致了叶端定时频域分析难题，如何解决该难题成为学界和工业界的研究热点。

本文阐述叶端定时技术的原理，介绍不同传感器布局策略在叶端定时频域分析领域的适用条件及应用特点，探讨叶端定时频谱分析技术的研究现状，从算法先验前提、识别能力、抗混叠能力等角度入手，对比分析不同叶端定时频谱分析方法的优缺点。论述叶端定时频域分析领域中同步振动分析与异步振动分析的注意事项，并对叶端定时频域分析技术未来的发展方向进行展望，旨在为相关领域的科研工作者提供参考与借鉴。

1　叶端定时技术

叶端定时是一种非接触式转子叶片测量技术，其主要优点为：单个传感器可以同时测量所有叶片的振动位移；传感器不接触叶片，故测量不影响叶片性能；无需在转子上引线，适用于在线监测。首个叶端定时系统于19世纪90年代初问世，由单一传感器、示波器和频谱分析仪组成，至21世纪初已发展到第4代。

叶端定时位移测量示意图如图1所示。叶端传感器(通常为激光传感器)沿周向安装在机匣上，径向对准叶片，当叶片掠过传感器时，反射光增强，产生近似矩形的脉冲信号，脉冲前沿的到达时间即为叶片到达时间。键相传感器安装在定子上，检测键相标记的到达时间。在航空发动机运行过程中，叶片振动会导致实际到达时间与预期到达时间存在偏差。结合键相标记和转子直径，叶片振动位移y有以下数学关系

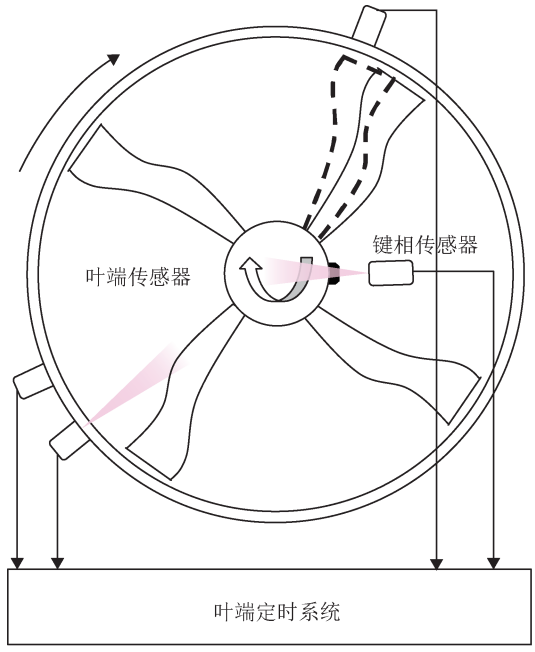
$$y\left(T_{\mathrm{TOA},q,p}+O_{\mathrm{OPR},q}\right)=\pi D\frac{T_{\mathrm{TOA},q,p}-T_{\mathrm{TOA},q,p}^{\mathrm{exp}}}{O_{\mathrm{OPR},q+1}-O_{\mathrm{OPR},q}} \tag{1}$$

式中：$T_{\mathrm{TOA},q,p}$为第q转第p个传感器采集的叶片到达时间(Time Of Arrival，TOA)；$O_{\mathrm{OPR},q}$为键相(Once Per Revolution，OPR)传感器采集的第q转的起始时刻；D为转子直径；$O_{\mathrm{OPR},q+1}$为OPR传感器采集的第$q+1$转的起始时刻；$T_{\mathrm{TOA},q,p}^{\mathrm{exp}}$为叶片无振动时的期望到达时间，其可通过叶端传感器、叶片位置、键相标记位置计算得到，或基于转子低速旋转且无激励时的归一化到达时间平均计算得到。第q转的转频$f_{\mathrm{r},q}$为

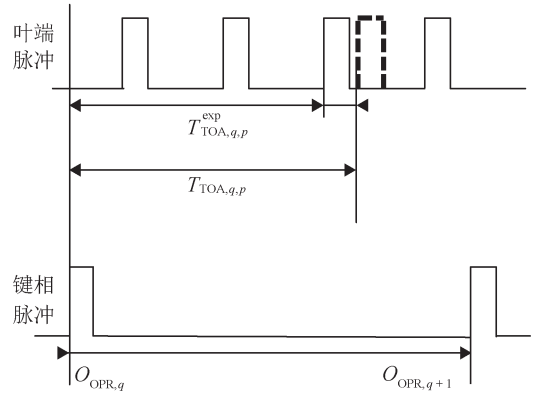
$$f_{\mathrm{r},q}=\frac{1}{O_{\mathrm{OPR},q+1}-O_{\mathrm{OPR},q}} \tag{2}$$

上述为传统叶端定时技术的基本原理，需要使用键相传感器，而目前无键相测量也是叶端定

时领域的研究热点之一[4-6]。此外，叶端定时技术不仅应用于航空发动机叶片测量，也可应用于燃气轮机[7]、汽轮机[8]等透平设备监测。



(a) 叶端定时系统结构
(a) Structure of blade tip timing system



(b) 传感器脉冲
(b) Pluses from sensors

图1 叶端定时位移测量示意图

Fig.1 Displacement measurement principle of blade tip timing

2 叶端定时频域分析难题

叶片故障会改变叶片固有频率，从叶端定时信号中提取叶片频域特征可实现状态监测。典型叶端定时采样与频域分析处理流程如图2所示，利用周向布置的叶端定时传感器进行采样，获得叶片的欠采样信号，利用频谱分析技术获得频谱，进而提取固有频率等特征，监测叶片状态。

如何设计叶端传感器的布局、提高采样效率，是频域分析的第一个难题。从数据获取角度分析，传感器布局决定的采样模式将影响后续频域分析性能的上限。根据奈奎斯特-香农采样定理，采样率必须大于信号频率的2倍才能准确识别信号。对于叶端定时而言，在叶端传感器均布的情况下，其采样率等于传感器数目乘转频。叶端传感器需在机匣上打孔安装，如果打孔数目过多，会影响发动机性能并增加安装成本，因此实际情况下需要进行权衡。

如何设计抗混叠频谱分析方法、提取叶片特征，是频域分析的第二个难题。叶端定时信号存在高度欠采样特性，这是航空发动机叶片的高固有频率与低采样频率之间的失配导致的，直接对信号开展傅里叶分析必然产生频谱混叠。高效的叶端传感器布局能够在一定程度上降低频谱混叠程度，研究人员针对不同传感器布局策略开展了大量分析与实验。

3 传感器布局策略

为简化叶端定时采样模型，假设分析信号段转速恒定，此时采样模型为周期性非均匀欠采样。该类采样是均匀与非均匀采样的组合，信号序列可被划分为若干等长的时间周期，每个周期内均为相同的任意非均匀采样模式[9]。非均匀采样模式影响频谱的分辨力等关键指标，决定了无先验情况下的分析性能上限。

3.1 单支传感器

采用单支传感器进行端定时采样时，通常基于叶片单频振动的先验信息或基于变转速工况的变速率采样。单参数法是叶端定时技术最初使用的信号直观分析方法，该方法于20世纪70年代被研究人员提出，通过扫频改变单支传感器采样时间点的叶片振动相位，获得包含更多振动信息的数据。单参数法能够测量叶片共振振幅，但无法获得共振频率和阶次。20世纪90年代，HEATH S等人[10]根据叶片振动行为对到达时间的影响对单参数法进行了改进。变转速工况的叶端定时变速率采样导致了混叠频率随转速的变化，曹佳辉等人[11]利用单支传感器信号频率混叠的时频分布图

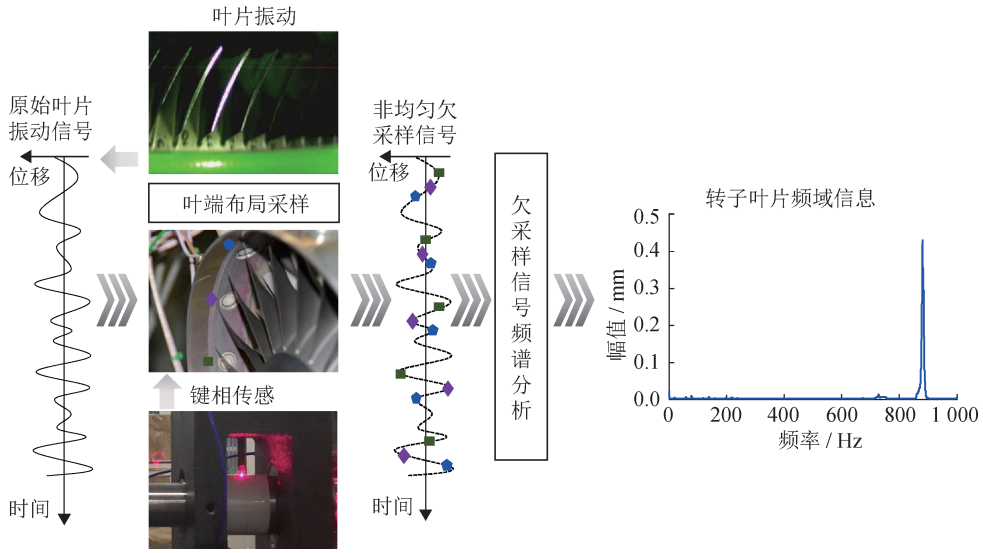


图2　叶端定时采样与频域分析流程图

Fig.2　Flowchart of blade tip timing sampling and frequency domain analysis

对叶片固有频率进行了提取，通过对混叠规律的利用实现了抗混叠分析。

3.2　2支传感器

基于2支传感器的经典采样方法未对传感器布局提出严格要求，但是，测量结果受布局影响。HEATH S等人[12]提出了双参数法，利用2支传感器求得同步振动的阶次。RIGOSI G等人[13]通过将双参数图视为李萨如图形，避免了多项式拟合步骤而直接获得阶次信息。BASTAMI A R等人[14]提出了基于线性回归的异步振动参数识别方法，该方法假设叶片单频振动，构建线性模型，利用2支传感器提取叶片振动频率和幅值。对于近年来发展的频谱分析方法而言，2支传感器是开展无先验的抗混叠频谱分析所需的最少传感器数目，因为2支传感器能够构成小角度采样间隔，从而提升理论上的频率分析上限[15]，具体公式为

$$f^{\max}=\frac{\pi f_{\mathrm{r}}}{\theta} \tag{3}$$

式中：$f^{\max}$为理论可分析的频率上限，θ为2支传感器的夹角，f_{r}为转子转频。在实际应用中，频率分析上限无法随着θ趋向于零而趋向无穷，因为θ越小，测量系统抗噪性越差。

3.3　特定限制传感器布局

特定限制传感器布局通过对布局施加限制条件以满足特定采样规律，从而开展后续叶片信号分析。典型的特定限制传感器布局如图3所示。基于等间隔布局，自回归法和行列式法能够实现叶片单频振动模型的参数辨识。自回归法通过将叶盘视为单自由度系统，采用4个等间隔分布的传感器所采信号构建方程组，计算频率、幅值以及静态偏移。在该方法的基础上，研究人员提出了全局自回归法、带工具变量的全局自回归法等方法[16]。行列式法采用4个等间隔布置的传感器采集信号，利用信号数据构建2阶行列式，对叶片振动频率和幅值进行辨识[17]。融合五均布和三均布传感布局的“5 + 2”法[18]通过公用1支传感器，基于五均布和三均布采样所得频谱中的混叠频率，结合中国余数定理对叶片振动频率进行反向推演，突破了传统傅里叶分析的频率上限。WANG P等人[19]结合等间隔布局与均匀布局提出传感器簇状布局，并通过增强旋转不变子空间法进行了验证。

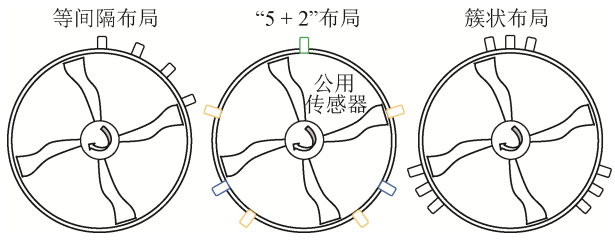


图3　特定限制传感器布局

Fig.3　Sensor placements with specific location constraints

3.4 多支传感器

基于经典信号处理理论的频谱分析方法适用于任意传感器布局并且能够应对多频振动，已成为频域分析领域的研究热点。虽然这类方法在任意传感器布局和数量条件下均适用，但分析效果却与传感器布局密切相关。在分析数据长度与传感器数量相同的情况下，传感器布局几乎决定了频谱分析方法的效果上限。

多支传感器布局优化方法设置布局评价目标，通过优化确定最优布局。通用范式为

$$\left\{\ell_1,\ell_2,\cdots,\ell_P\right\}_{\text{opt}}=\underset{\{\ell_1,\ell_2,\cdots,\ell_P\}}{\arg\min}\left(g\left(\left\{\ell_1,\ell_2,\cdots,\ell_P\right\}\right)\right) \tag{4}$$

式中：g为目标函数，ℓ为传感器的周向位置，$\left\{\ell_1,\ \ell_2,\ \cdots,\ \ell_P\right\}_{\text{opt}}$为优化后的布局，$P$为叶端传感器数量。

RUSSHARD P[20]首次提出通过最小化设计矩阵的条件数来求解最优传感器布局。该方法需要人为设置感兴趣的振动阶次以构建设计矩阵。DIAMOND D H等人[21]考虑传感器的最小安装距离与实际安装位置限制，建立以条件数加权平方和为优化目标的优化函数，并采用粒子群优化算法进行最优布局搜索。此外，压缩感知理论也是传感器布局优化的重要理论基础。2017年，PAN M等人[22]提出了基于感知矩阵相干性的传感器布局优化方法，该方法通过最小化感知矩阵的相干系数来求解最优传感器布局。2019年，WU S等人[23]提出了基于等角紧框架的传感器布局优化方法，该方法通过最小化感知矩阵和等角紧框架的距离来求解最优布局，降低感知矩阵相干性。2021年，ZHANG Z等人[24]提出了一种融合等角紧框架和感知矩阵相干性的双优化目标函数，并使用小生境微遗传算法进行布局计算。2023年，WANG Z等人[25]通过最小化采样序列旁瓣的无穷范数，从混叠抑制的角度提出Min-max布局，该方法直观解释了混叠的产生，并对其进行抑制。不同传感器布局下的插零快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform，FFT)频谱分析结果如图4所示。

叶端定时传感器布局策略对比如表1所示。

4 欠采样信号频谱分析方法

叶端定时等效采样频率等于转子转频与传感器数量的乘积，通常远低于叶片固有频率的2倍，直接对采样信号进行傅里叶分析会导致严重混叠。欠采样信号频谱分析是叶端定时信号处理的难点。时间序列拟合、带限重构理论、稀疏表示理论和阵列信号处理是叶端定时信号频谱分析的4种主要类型。

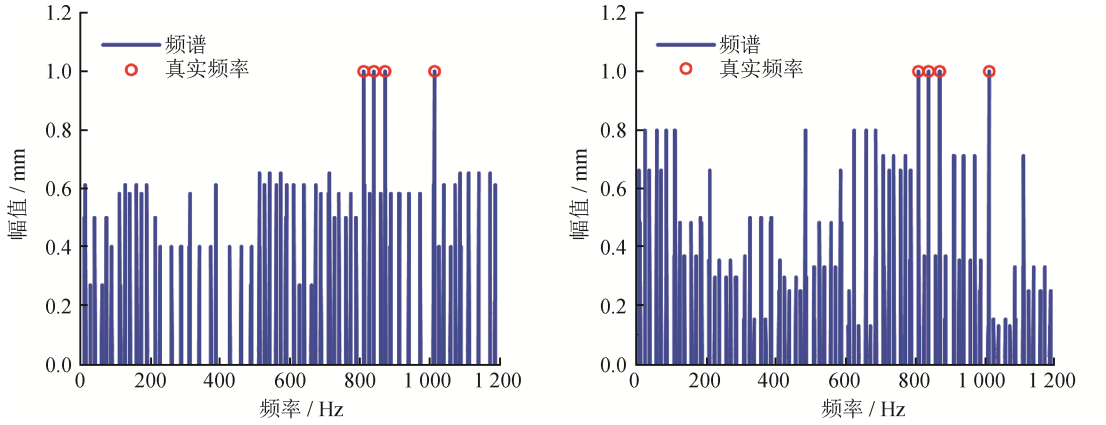
4.1 时间序列拟合

时间序列拟合方法的原理为：设置参数化信号模型，通过设定损失函数进行拟合，求解能够最小化损失函数的信号参数。根据自变量和因变量的相关形式，时间序列拟合方法可以分为线性拟合和非线性拟合两类。叶端定时信号分析所采用的信号模型通常为正弦信号模型，其中非线性来源于信号中的频率项$y(t)$[26]，即

$$y(t)=\alpha\sin\left(2\pi ft\right)+\beta\cos\left(2\pi ft\right)+C \tag{5}$$

式中：α和β为信号中正余弦成分的系数，f为频率，t为采样时刻，C为直流成分系数。

同步共振会导致叶片振动幅值显著增加，如何解决叶端定时信号处理中的同步共振问题成为研究人员关注的重点。2006年，JOUNG K等人[27]提出周向傅里叶拟合，其为针对同步振动信号的非线性最小二乘拟合，通过假设单频振动信号的频率已知，采用至少3支传感器求解模型中的相位、幅值和直流分量。2007年，欧阳涛等人[28]对单频傅里叶拟合进行改进，探讨了同步振动阶次遍历求解频率的可行性，采用7支叶端传感器重构了同步振动信号。2020年，LIU Z B等人[29]进一步考虑了叶尖振动对叶片到达时间的影响，对周向傅里叶拟合进行了修正。2020年，FAN C等人[30]基于OPR信号对转速进行多项式拟合，以此为依据对叶端传感器采样时间进行微调，克服单转内转速恒定的采样假设限制，提出了广义正弦拟合法提取同步振动阶次。2019年，DU TOIT R等人[31]在共振参数估计中融入不确定性，预先确定阶次这一非线性项，应用贝叶斯线性回归求解幅值和相位的分布参数。2021年，BORNASSI S等人[32]基于转速快变情况下共振时发生的“拍”现



(a) Min-max布局，角度为0°、15°、45°、150°
(a) Min-max placement with angles of 0°, 15°, 45°, 150°

(b) 布局角度为0°、45°、90°、120°
(b) Placement with angles of 0°, 45°, 90°, 120°

(c) 布局角度为0°、15°、135°、255°
(c) Placement with angles of 0°, 45°, 90°, 120°

(d) 均匀布局，角度为0°、90°、180°、270°
(d) Uniform placement with angles of 0°, 45°, 90°, 120°

图4　不同传感器布局下的插零FFT频谱分析结果[25]

Fig.4　Spectral analysis results of zero-inserted FFT under different sensor placements[25]

表1　叶端定时传感器布局策略对比

Tab.1　Comparison of blade tip timing sensor placement strategies

类型	典型布局方法	适用方法	所需输入	是否需优化	所需传感器数量/个
单支传感器		单参数法、时频分布图法、带限重构理论			1
2支传感器		双参数法、线性回归法、频谱分析方法			2
特定限制传感器布局	等间隔布局	自回归法、行列式法、频谱分析方法			4
	五均布和三均布混合布局	“5 + 2”法、带限重构理论			7
	簇状布局	频谱分析方法			9
多支传感器	条件数法	频谱分析方法	振动阶次/频率	是	≥3
	等角紧框架法	频谱分析方法	振动阶次/频率	是	≥3
	Min-max法	频谱分析方法		是	≥3

象，提出了瞬态单自由度叶片振动模型，并采用非线性最小二乘优化求解模型参数。同年，FAN Z等人[33]采用非线性最小二乘拟合求解变转速工况和恒转速工况下的同步振动模型参数，在变速工况下计算阻尼、最大幅值、固有频率、相位，在恒转速工况下计算幅值、频率、相位。目前大多数同步共振参数求解方法通过阶次遍历寻找叶片共振频率，适用于扫频测量叶片动频。

非均匀FFT可看作三角基函数上的非线性最小二乘拟合，为周向傅里叶拟合的广义形式；周向傅里叶拟合可以看作施加同步振动先验的非均匀FFT。KHARYTON V等人[34-35]采用非均匀FFT获得频谱，其频谱系数正比于非均匀采样下的信号和给定频率复指数信号的内积。2020年，CARASSALE L等人[36]采用独立成分分析，将多频信号分解为单频信号的组合，并采用非均匀FFT逐一进行谐波匹配以确定频率。2019年，PRZYSOWA R等人[37-38]用相关系数来评价最小二乘拟合结果的优劣。2022年，RZADKOWSKI R等人[39]应用莱文伯格-马夸特方法，迭代求解叶端定时多模态振动参数估计中的非线性最小二乘问题。

时间序列拟合方法适用于叶端定时非均匀采样信号，通过设置基函数频率，计算得出任意远超奈奎斯特频率的频率幅值。但其仅对频谱分析带宽进行简单扩展，无法完全克服频谱混叠。

4.2 带限重构理论

由采样定理可知：在叶端传感器均布情况下，带宽小于奈奎斯特频率的实值采样信号可以被完美重构。该结论对于非均匀采样信号而言仍适用[40]。带限重构理论通过对欠采样信号施加频率分布先验，突破奈奎斯特频率限制，其基础理论由美国数学家LANDAU H于1967年提出，即当信号频带位置已知，平均采样率需大于信号带宽的2倍[41]。对于多带信号而言，信号带宽为总带宽[42]。

传统基于均匀采样的重构理论可以看作带限重构理论的特例。2003年，王宇华[43]提出了“5 + 2”算法，用于分析同步振动阶次，该方法为三均布采样与五均布采样组合的多速率采样，其阶次识别效果可以等效十五均布采样。2008年，张玉贵[44]对“5 + 2”算法进行完善，将其拓展到同步振动和异步振动的通用情况，但是该方法需要的传感器数量较多，且带宽拓展能力有限。同“5 + 2”算法原理类似，2013年，陈仲生等人[45]利用“3 + 2”布局和余数定理恢复叶片频率。胡华辉等人[46-47]利用固有频率估计先验，设置虚拟信号对实测信号进行频移，提取叶片固有频率。

一般的带限重构理论主要针对频带起点不在原点的带限信号或多带信号。2015年，HU H等人[48]采用任意布置的2支叶端传感器，假设信号带宽小于转频，以有限元模型或模态试验获得的叶片固有频率作为中心频率，实现了带宽为转频的叶片振动信号重构。2021年，为了克服带宽限制，CHEN S等人[49]提出了宽带信号插值重构算法，其分析带宽增加至平均采样率的一半，并基于前述研究拓展出了多带信号的插值重构方法[50]。

此外，可利用变转速时单支叶端定时传感器的信号分析带宽变化。2022年，CAO J H等人[51-53]探讨了在单个传感器的傅里叶分析的差频信息中提取固有频率的可行性，该研究团队绘制了采样混叠分布图，通过时频图中的差频线拟合恢复固有频率。2023年，LI W等人[54]对不同转速下单支传感器所采集的信号进行融合，构造变采样速率条件，辨识叶片固有频率参数。

4.3 稀疏表示理论

基于稀疏理论的叶端定时信号处理方法首先于国内开始发展。与带限重构理论不同，稀疏表示理论不限制信号带宽，转而施加稀疏性约束。叶端定时信号在频域上具有稀疏性，即大部分频谱系数为零，因此可以利用稀疏表示理论建模，求解叶片振动参数。优化模型通常由损失函数和正则项组成，其中正则项施加稀疏约束。经典的稀疏表示公式使用零范数作为正则项，表示稀疏非零元素的个数，公式为

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \quad \text{s.t.} \left\| \boldsymbol{x} \right\|_0 < \boldsymbol{K} \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{y}$为叶端定时所采位移列向量，$\boldsymbol{A}$为由正弦成分构成的基矩阵，$\boldsymbol{x}$为系数向量，$\boldsymbol{K}$为稀疏度，s. t. 为使满足符号。然而，寻找l_0约束问题的全局最优解是非确定性多项式（Non-deterministic Polynomial，NP）难题。解决此问题的常用方法包括：① 利用贪婪算法求解；② 采用l_0约束的松弛形式（如

l_1约束）求解。采用方法②虽然牺牲了一部分稀疏性，但获得了更优的求解性能。

基于零范数正则项，2016年，LIN J等人[55]建立了叶端定时信号的稀疏表示模型，并采用正交匹配追踪（Orthogonal Matching Pursuit，OMP）进行了频率求解。对于实信号，给定频率对应的字典原子为过完备字典中的2个正交的正余弦向量，若将这2个向量视为相互独立的字典原子，会影响系数求解效果。2019年，BOUCHAIN A等人[56-57]将给定频率的正弦分量和余弦分量视为稀疏字典中的块，将稀疏约束施加在块上，提出正交匹配追踪的改进形式，并将其应用于叶端定时信号处理。基于给定频率的正余弦分量组成的块，2022年，XU J等人[58]提出加速正交最小二乘算法，并应用于叶端定时信号频谱分析。2023年，DONG J等人[59]进一步提出了可同时选择多个稀疏字典原子的子空间追踪算法。为提升稀疏表示方法在强噪声下的性能，2024年，ZHENG H等人[60]提出了基于全局平均的K-奇异值分解（K-Singular Value Decomposition，K-SVD）方法，并在OMP上进行了测试。

基于l_1范数正则项，2017年，PAN M等人[61]引入K-SVD字典学习算法构建过稀疏表示字典，以适应叶片振动形式的非线性和多样性；同年，PAN M等人[22]考虑叶端定时采样过程中的测量不确定性，利用降噪基追踪算法实现了欠采样条件下叶尖振动信号频谱的重构。2019年，SPADA R P等人[62]采用仿真信号研究了传感器数目和传感器位置对基追踪降噪方法性能的影响。2020年，TIAN J等人[63]以降噪基追踪算法作为弱先验的预处理算法，通过设置阈值过滤预处理所得频谱，采用正弦曲线拟合获得更突出的幅值。2019年，WU S等人[23]对传统的l_1范数进行加权，使其更加贴近零范数，增加了频谱的稀疏性，但该操作增加了计算的复杂度。2020年，WU S等人[64]提出了迭代重加权最小二乘拟合法，以平衡频谱稀疏度和计算复杂度。2021年，LI H等人[65]通过融合叶片固有频率的先验位置信息，进一步提高了迭代重加权最小二乘拟合的抗混叠性能与运行速度。2021年，KHARYTON V等人[66]为克服稀疏表示方法需要人为调节正则项权重的缺点，提出了稀疏迭代协方差估计法，该方法可看作自适应加权的l_1约束。2023年，WANG Z等人采用松弛迭代法（RELAXation，RELAX）进行频域辨识，通过逐步松弛频域支撑数，迭代求解最优频域支撑，提高频域辨识精准度。

除此之外，广义最小最大凹惩罚项[67]、$l_{0.5}$范数[68]、原子范数[69]等非凸正则项[70]也被用于为叶端定时信号施加频域稀疏约束，以获得更稀疏或连续的频谱。

4.4　阵列信号处理

阵列结构定义为：一系列空间上分离的传感器。阵列信号处理定义为：采用空间位置不同的多个传感器形成阵列接收信号，提取信号特征参数，抑制噪声、干扰以及不感兴趣的信号。空间谱估计是阵列信号处理的经典方法。对于空间信号而言，空间谱表示信号能量在空域各个方向的分布，从中可以提取信号波达方向，因此空间谱估计也被称为波达方向估计。信号频谱分析方法估计的是信号能量在频域的分布[71]，因此波达方向估计问题与频谱分析问题具有共通性，该共通性解释如下：叶端定时中，叶端传感器沿机匣的空间安装位置关系天然构成了波达方向估计中的线性阵列，而叶片信号可看作沿阵列所在直线平行射入的远场信号，其波速等于转子转速。叶端定时采样与阵列信号处理的关系如图5所示。目前叶端定时中应用的阵列信号处理方法均基于信号协方差矩阵的构建。

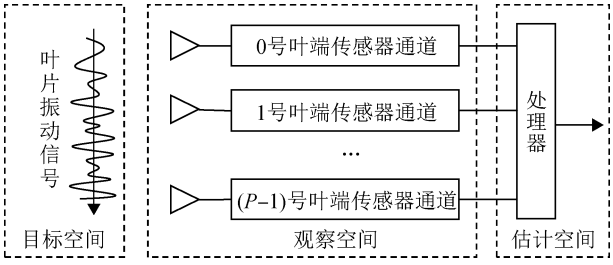


图5　叶端定时采样与阵列信号处理的关系

Fig.5　Relationship between blade tip timing sampling and array signal processing

以最小方差无失真响应法为代表的自适应阵列处理方法首先在叶端定时频谱分析中得到应用。最小方差无失真响应法直接采用信号协方差矩阵

计算频率f对应的频谱系数$a(f)$，即

$$a(f)=\frac{\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{c}(f)}{\boldsymbol{c}^{\mathrm{H}}(f)\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{c}(f)} \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{R}$为大小为$M\times M$的协方差矩阵，$\boldsymbol{c}$为导向矢量，H为共轭转置符号。2008年，STEPHAN C等人[72-73]基于非均匀FFT获得的初始功率谱，得到协方差矩阵，继而应用最小方差无失真响应法，以协方差矩阵再次计算功率谱，重复迭代更新直至收敛，获得叶端定时信号频谱。最小方差无失真响应法在分析时未区分噪声与信号成分，因此只适用于信噪比较高的场合。

基于信号子空间的旋转不变子空间方法也在叶端定时领域得到推广，其假设协方差矩阵$\boldsymbol{R}$可以表示为

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{E}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}+\delta_w^2\boldsymbol{I} \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{E}$为包含K个基向量的基矩阵，$\boldsymbol{\Lambda}$为对角元素为基向量系数的对角矩阵，δ_w^2为高斯白噪声的方差，$\boldsymbol{I}$为单位矩阵。通过进行协方差矩阵特征值分解，将前K个大特征值对应的特征向量视为$\boldsymbol{E}$的基向量，通过2个子阵列获得的$\boldsymbol{E}_1$、$\boldsymbol{E}_2$之间的旋转不变性开展频域分析。2011年，李孟麟等人[74]将该方法应用于振动频率特征辨识，再融合轴系测振系统定量识别叶盘不平衡量，在一定程度上抑制了叶盘不平衡故障带来的干扰。2015年，WANG P等人[19]将旋转不变子空间法应用于叶端定时信号处理，并应用多组组间均布且组内等间隔布置的传感器进行了仿真。2019年，贺长波等人[75]基于总体最小二乘准则对旋转不变子空间法进行改进，采用2支传感器构建旋转不变的2个信号子空间。

基于噪声子空间的多重信号分类法是波达方向处理领域的经典算法，其将协方差矩阵特征值分解所得的后M-K个小特征值对应的特征向量视为噪声子空间$\boldsymbol{U}$，通过式(9)计算频谱系数。

$$a(f)=\frac{1}{\boldsymbol{c}^{\mathrm{H}}(f)\boldsymbol{U}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{c}(f)} \tag{9}$$

基于噪声子空间的多重信号分类法引入了信噪空间分离操作，与最小方差无失真响应法相比，抗噪性更优。然而应用基于噪声子空间的多重信号分类法时，阵列传感器数需要大于信号源数，以分离信号子空间与噪声子空间。受传感器数目限制，早期该方法未应用于叶端定时领域。2020年，WANG Z等人[76-77]将每转所采位移视为“块”并进行前向平滑操作(如图6所示)，在此基础上，该研究团队提出块多重信号分类法，实现了抗混叠频谱分析，并从频率容量、分辨力、稳定性3个方面入手，对块多重信号分类法的优越性进行了理论分析。相较旋转不变子空间方法，块多重信号分类法对K值过估计具有鲁棒性，前向平滑拓展确保了噪声子空间内仅包含噪声向量，因此实际应用效果更优。针对阵列信号处理方法所得频谱幅值无物理意义的不足，WANG Z等人[78]基于特征值与特征向量的对应关系，通过特征值反算实现幅值辨识。

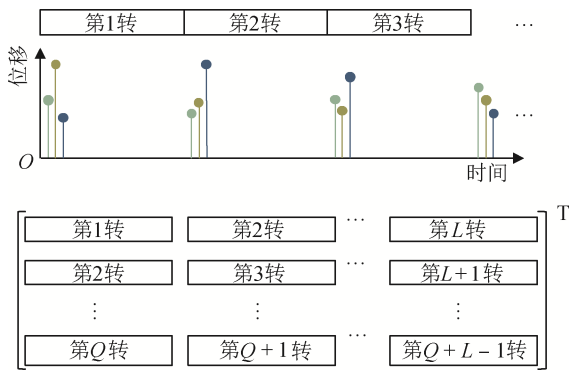


图6 块前向平滑快拍矩阵

Fig.6 Snapshot matrix of block forward spatial smoothing

叶端定时频谱分析方法总结如表2所示。

4.5 讨论

早期的叶端定时信号频域分析方法以单参数法、双参数法、自回归法等为主，仅关注叶片共振响应，以叶片振动的阶次为主要研究目标。随着叶端定时采样模型及信号模型的构建与完善，叶端定时采样与信号处理领域融合交叉，占据叶片运行大部分时间的非共振区开始受到更多关注。

对同步振动、异步振动、共振区、非共振区的定义与关系进行说明：同步振动成分定义为转频的整数倍频率；异步振动成分定义为转频的非整数倍频率；共振区定义为叶片扫频时由于固有频率与激励频率重合，导致时域信号中幅值显著增大的一段区域；非共振区定义为时域信号中除共振区外的区域。一般情况下，叶片固有频率在非共振区为异步振动成分，在共振区为同步振动成分。非共振区通

表2　叶端定时频谱分析方法总结

Tab.2　Research status of spectrum analysis methods for blade tip timing

类型	典型分析方法	算法先验前提	识别能力	抗混叠能力	所需传感器数量/个
时间序列拟合	周向傅里叶拟合	同步振动	共振阶次、幅值	无	≥3
	非线性最小二乘拟合		频率、共振阶次、幅值	无	≥3
带限重构理论	“5+2”法	分析上限7.5阶次	频率、共振阶次、幅值	有	7
	宽带信号插值重构法	叶片频率位置	频率、共振阶次、幅值	有	≥1
	采样混叠分布图法	变转速采样	频率、共振阶次、幅值	有	≥1
稀疏表示理论	Block-OMP、降噪基追踪算法、稀疏迭代协方差估计	信号稀疏先验	频率、共振阶次、幅值	有	≥2
阵列信号处理	最小方差无失真响应法		频率	有	≥2
	旋转不变子空间法	低秩性先验	频率	有	≥2
	多重信号分类系列方法	低秩性先验	频率、幅值	有	≥2

常同时包含异步振动成分(固有频率)和同步振动成分，共振区通常仅包含同步振动成分。

同步振动成分的时域构成较为简单，对于叶端传感器而言，每转所采集的位移均相同，即最终仅能获得与传感器数目相同的位移数。正是时域所采集信息的极稀缺性导致同步振动分析困难。尽管行列式法等方法能够基于单频信号模型直观推导出同步振动阶次，但实际上由于所采信息的单一性，同步振动的分析结果通常受噪声影响极大。实质上，同步振动是周期性非均匀采样的频率混淆现象的一种特殊情形[25]。

叶端定时中，周期性非均匀采样的频率混淆现象定义为：对于实信号而言，若频率及对应负频率组成的集合中，存在某2个频率的和或差为转频的整数倍，则这2个频率有可能无法被频谱分析方法正确识别。针对叶片振动信号，应关注异步和同步振动成分的分析，假设二者均为单频信号，则叶端定时采样异步成分的相位信息丰富，采样同步成分的相位信息单一。在非均匀布局下，异步振动通常能够被频谱分析方法抗混叠地识别；而对于同步振动成分，受到频率混淆现象的影响，频谱分析方法能否识别由传感器布局决定，或需要通过引入先验信息辅助识别。

5　总结与展望

叶端定时技术为转子叶片的在线状态监测提供了重要手段。叶端定时信号的高度欠采样特性阻碍了叶片特征信息的提取，本文从传感器布局策略和欠采样信号频谱分析方法2个方面对叶端定时频域分析的研究发展以及现状开展了归纳与综述。为进一步提高叶端定时技术的可靠性和实用性，拓展其在航空发动机转子叶片监测领域中的应用，未来可针对以下4方面开展研究：

1）采样不确定性分析

叶端定时与传统振动信号分析最大的区别在于采样模式。传统振动信号分析的采样模式为采集卡决定的恒速率采样，叶端定时则采用由转子转动和叶片振动以及传感布置决定的物理采样模式。叶端定时采样中，时刻的不确定性来源多且影响机制复杂。转速波动不仅影响采样时刻，也影响所采叶端位移的计算；叶片振动本身也影响采样时刻；传感器、机匣等其他构件的振动也会对叶片到达时间产生影响。现有方法常直接将所有噪声建模为高斯噪声并开展分析，未深入研究各噪声来源的影响机制。考虑叶端定时测量不确定性的频域分析是叶端定时领域的难题之一，如

何对不确定性分析结果进行验证也是研究人员需要重点关注的问题。未来可尝试将叶端定时的复杂非均匀布局简化为等间隔或均匀布局，采用多圈齿轮编码精确获取转子转速，研究误差对频域分析可靠性的影响。

2）幅值分析有效性评估

现有频域分析方法通常聚焦于频率分析，对幅值关注较少。由正弦信号模型的克拉美-罗下界(Cramer-Rao Lower Bound，CRLB)推导可知，频率辨识误差以信号长度的3次方缩减，而幅值与相位辨识误差随信号长度线性缩减，因此，幅值和相位的辨识难度更大。相位与信号截取起始时间有关，不反映叶片状态，如何准确获得幅值则是研究人员需要重点关注的问题。在频率已知的情况下，大部分频谱分析方法可实现幅值提取，但如何确定所获得幅值的准确性是难题之一。未来可尝试从振动成分较为单一的共振区间入手，采用单频振动信号模型对多个叶片共振进行拟合，将得到的幅值数据与有限元分析结果及时域位移统计指标进行横向对比。

3）新型叶端采样数据分析

目前叶端定时采样主要关注叶片到达时间，未完全获取叶片经过传感器时的过程信息。原始传感信息挖掘及其实时化采集将成为叶端定时领域的重要研究方向。然而发动机空间限制导致的传感器安装限制和叶片旋转带来的非恒速率采样模式问题仍然存在，如何针对新型叶端采样数据设计频域分析策略，挖掘叶片状态信息并提升叶端定时技术的监测效率是研究人员需要重点关注的问题。未来可尝试深入挖掘传感器响应特性，构建新型叶端定时采样模型与信号模型，与现有频域分析方法结合开展研究。

4）特征智能化挖掘与智能故障诊断

现有频域分析方法的目标多为叶片的低阶固有频率，实际上频谱中蕴含了丰富的信息，如何在频谱中挖掘更多有益于状态监测及故障诊断的特征信息，进一步实现故障的智能化诊断，将成为热点研究方向。未来可尝试将现有频域分析方法作为表示域变换方法，为深度学习等大数据模型的输入构建提供参考，利用智能化算法拓展叶端定时技术的应用场景。

参考文献

[1] 张学仪，何小妹，王一璋，等. 航空发动机叶片粗糙度测量方法研究[J]. 计测技术，2023，43(2)：35-43.
ZHANG X Y，HE X M，WANG Y Z，et al. Research on measurement method of aeroengine blade roughness[J]. Metrology & Measurement Technology，2023，43(2)：35-43.（in Chinese）

[2] 杨志勃，吴淑明，乔百杰，等. 基于熵变匹配追踪的叶端定时数据缺失识别方法研究[J]. 计测技术，2024，44(2)：32-39.
YANG Z B，WU S M，QIAO B J，et al. Research on identification method of blade tip timing data loss based on Correntropy Matching Pursuit[J]. Metrology & Measurement Technology，2024，44(2)：32-39.（in Chinese）

[3] 孙运玺. 基于机匣振动信号的叶片振动分析方法研究[D]. 南京：南京航空航天大学，2016.
SUN Y X. Analysis of the blade vibration based on the casing vibration signal[D]. Nanjing：Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，2016.（in Chinese）

[4] 周畅祎，胡海峰，杨拥民，等. 无参考传感器叶端定时叶片同步振动参数辨识方法研究[J]. 机械工程学报，2019，55(13)：64-71.
ZHOU C Y，HU H F，YANG Y M，et al. Research on blade synchronous vibration parameter identification using blade tip timing without the once per revolution sensor[J]. Journal of Mechanical Engineering，2019，55(13)：64-71.（in Chinese）

[5] WANG Z，YANG Z，WU S，et al. An OPR-free blade tip timing method for rotating blade condition monitoring[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement，2020，70：1-11.

[6] WANG W，ZHANG X，DONGFANG H U，et al. A novel none once per revolution blade tip timing based blade vibration parameters identification method[J]. Chinese Journal of Aeronautics，2020，33(7)：1953-1968.

[7] KHARYTON V，DIMITRIADIS G，DEFISE C. A discussion on the advancement of blade tip timing data processing[C]// Turbo Expo：Power for Land，Sea，and Air. American Society of Mechanical Engineers，2017，50930：V07BT35A002.

[8] JERZY M，ROMUALD R，MIROSLAW K，et al. Multimode tip-timing analysis of steam turbine rotor blades[J].

IEEE Sensors Journal, 2023, 23(11): 11721-11728.

[9] BABU P, STOICA P. Spectral analysis of nonuniformly sampled data — a review[J]. Digital Signal Processing, 2010, 20(2): 359-378.

[10] HEATH S, IMREGUN M. An improved single-parameter tip-timing method for turbomachinery blade vibration measurements using optical laser probes [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1996, 38(10): 1047-1058.

[11] 曹佳辉, 陈雪峰, 杨志勃, 等. 转子叶片低介入叶端定时测量技术[J]. 测控技术, 2024, 43(1): 37-49.
CAO J H, CHEN X F, YANG Z B, et al. Low-intervention tip timing measurement technology for rotating blade [J]. Measurement & Control Technology, 2024, 43(1): 37-49. (in Chinese)

[12] HEATH S. A new technique for identifying synchronous resonances using tip-timing[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2000, 122(2): 219-225.

[13] RIGOSI G, BATTIATO G, BERRUTI T M. Synchronous vibration parameters identification by tip timing measurements[J]. Mechanics Research Communications, 2017, 79: 7-14.

[14] BASTAMI A R, SAFARPOUR P, MIKAEILY A, et al. Identification of asynchronous blade vibration parameters by linear regression of blade tip timing data[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2018, 140(7): 072506.

[15] CAO J, YANG Z, TIAN S, et al. Biprobes blade tip timing method for frequency identification based on active aliasing time-delay estimation and dealiasing[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 70(2): 1939-1948.

[16] CARRINGTON I B, WRIGHT J R, COOPER J E, et al. A comparison of blade tip timing data analysis methods [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2001, 215(5): 301-312.

[17] RIGOSI G. Blade tip timing technique: theoretical principles and simulation of an experimental test[D]. Chicago: University of Illinois at Chicago, 2015.

[18] 张玉贵, 段发阶, 方志强, 等. 旋转叶片异步振动的频率识别技术[J]. 振动与冲击, 2007, 26(12): 106-108.
ZHANG Y G, DUAN F J, FANG Z Q, et al. Frequency identification technique for asynchronous vibration of rotating blades[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(12): 106-108. (in Chinese)

[19] WANG P, KARG D, FAN Z, et al. Non-contact identification of rotating blade vibration [J]. Mechanical Engineering Journal, 2015, 2(3): 15-00025.

[20] RUSSHARD P. Development of a blade tip timing based engine health monitoring system [D]. Manchester: The University of Manchester, 2010.

[21] DIAMOND D H, STEPHAN HEYNS P. A novel method for the design of proximity sensor configuration for rotor blade tip timing[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2018, 140(6): 061003.

[22] PAN M, YANG Y, GUAN F, et al. Sparse representation based frequency detection and uncertainty reduction in blade tip timing measurement for multi-mode blade vibration monitoring[J]. Sensors, 2017, 17(8): 1745.

[23] WU S, ZHAO Z, YANG Z, et al. Physical constraints fused equiangular tight frame method for blade tip timing sensor arrangement [J]. Measurement, 2019, 145: 841-851.

[24] ZHANG Z, CHAI P, CHEN Y, et al. Optimization of nonuniform sensor placement for blade tip timing based on equiangular tight frame theory[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2021, 143(11): 111021.

[25] WANG Z, STOICA P, ZACHARIAH D, et al. Min-max probe placement and extended relaxation estimation method for processing blade tip timing signals[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023, 72: 1-9.

[26] PICKERING T M. Methods for validation of a turbomachinery rotor blade tip timing system [D]. Blacksburg: Virginia Tech, 2014.

[27] JOUNG K, KANG S, PAENG K S, et al. Analysis of vibration of the turbine blades using non-intrusive stress measurement system[C]// ASME 2006 Power Conference, 2006: 391-397.

[28] 欧阳涛, 段发阶, 李孟麟, 等. 恒速下旋转叶片同步振动辨识方法[J]. 天津大学学报, 2011, 44(8): 742-746.
OUYANG T, DUAN F J, LI M L, et al. Method for identifying rotating blade synchronous vibration at constant

speed[J]. Journal of Tianjin University, 2011, 44(8): 742-746. (in Chinese)

[29] LIU Z B, DUAN F J, NIU G Y, et al. An improved Circumferential Fourier Fit (CFF) method for blade tip timing measurements [J]. Applied Sciences, 2020, 10(11): 3675.

[30] FAN C, WU Y, RUSSHARD P, et al. An improved blade tip timing method for vibration measurement of rotating blades during transient operating conditions[J]. Journal of Vibration Engineering and Technologies, 2020, 8: 859-868.

[31] DU TOIT R, DIAMOND D, HEYNS P. A stochastic hybrid blade tip timing approach for the identification and classification of turbomachine blade damage[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 121: 389-411.

[32] BORNASSI S, BERRUTI T, FIRRONE C, et al. Vibration parameters identification of turbomachinery rotor blades under transient condition using Blade Tip Timing measurements[J]. Measurement, 2021, 183: 109861.

[33] FAN Z, LI H, DONG J, et al. Blade vibration difference-based identification of blade vibration parameters: a novel blade tip timing method[J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 512: 116402.

[34] KHARYTON V, BLADH R. Using tiptiming and strain gauge data for the estimation of consumed life in a compressor blisk subjected to stall - induced loading [C]// ASME Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition, 2014: 27251.

[35] KHARYTON V, DIMITRIADIS G, DEFISE C. A discussion on the advancement of blade tip timing data processing [C]// ASME Turbo Expo: Turbomachinery Technical Conference & Exposition, 2017: 63138.

[36] CARASSALE L, COLETTI F, GUIDA R, et al. Multi-channel spectral analysis of non-synchronous vibrations of bladed disks measured by blade tip timing [C]// ASME Turbo Expo 2020: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, 2020: 15512.

[37] PRZYSOWA R, RUSSHARD P. Non - contact measurement of blade vibration in an axial compressor[J]. Sensors, 2020, 20(1): 68.

[38] PRZYSOWA R, RUSSHARD P, WACHLACZENKO M. Using blade tip timing and pressure data to characterise compressor stall and surge[C]// ASME Turbo Expo 2020: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, 2020: 15412.

[39] RZADKOWSKI R, TROKA P, MANEROWSKI J, et al. Nonsynchronous rotor blade vibrations in last stage of 380 MW LP steam turbine at various condenser pressures[J]. Applied Sciences, 2022, 12(10): 104884.

[40] MARVASTI F. Nonuniform sampling: theory and practice [M]. New York: Springer Science & Business Media, 2012.

[41] LANDAU H. Necessary density conditions for sampling and interpolation of certain entire functions [J]. Acta Mathematica, 1967, 117(1): 37-52.

[42] VERCOUTTER A, LARDIES J, BERTHILLIER M, et al. Improvement of compressor blade vibrations spectral analysis from tip timing data: Aliasing reduction [C]// ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition. American Society of Mechanical Engineers, 2013: 96016.

[43] 王宇华. 高速旋转叶片振动叶端定时测量方法和系统研究[D]. 天津: 天津大学, 2003.
WANG Y H. Research of measuring method and system using tip - timing for high - speed rotating blade vibration [D]. Tianjin: Tianjin University, 2003. (in Chinese)

[44] 张玉贵. 烟气轮机叶片振动的非接触式在线监测关键技术研究[D]. 天津: 天津大学, 2008.
ZHANG Y G. Key technology research on non-contact online monitoring for fume turbine blade vibration[D]. Tianjin: Tianjin University, 2008. (in Chinese)

[45] 陈仲生, 谢勇, 杨拥民, 等. 基于余数定理的叶端定时欠采样信号处理方法[J]. 振动、测试与诊断, 2013(增刊1): 128-131.
CHEN Z S, XIE Y, YANG Y M, et al. Sub - sampled Blade Tip Timing signal processing based on theremainder theorem[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013(supplement 1): 128-131. (in Chinese)

[46] 胡华辉, 杨志勃, 金若尘, 等. 单传感叶端定时信号固有频率动态提取方法[J]. 计测技术, 2024, 44(5): 14-21.
HU H H, YANG Z B, JIN R C, et al. Dynamic extraction method for natural frequency of single - probe blade based tip timing signal [J]. Metrology & Measurement Technology, 2024, 44(5): 14-21. (in Chinese)

[47] HU H, YANG L, YANG Z, et al. A single probe blade

tip timing method for fast extraction of blade natural frequency [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2024: 3525711.

[48] HU Z, LIN J, CHEN Z S, et al. A non-uniformly undersampled Blade Tip Timing signal reconstruction method for blade vibration monitoring [J]. Sensors, 2015, 15 (2): 2419-2437.

[49] CHEN S, YANG Y, HU H, et al. Interpolation method for wideband signal reconstruction based on blade tip timing measurement[J]. Measurement, 2021, 176: 109168.

[50] CHEN S, YANG Y, HU H, et al. Blind interpolation for multi-frequency blade tip timing signals [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 172: 108946.

[51] CAO J H, YANG Z B, LI H Q, et al. Rotating blade frequency identification by single-probe blade tip timing[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 172: 108961.

[52] CAO J, TIAN S, YANG Z, et al. Blade tip timing signal filtering method based on sampling aliasing frequency map [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 71: 1-12.

[53] YANG Z, CAO J, WU S, et al. High-resolution sampling aliasing frequency distribution [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 205: 110869.

[54] LI W, TIAN S, YANG Z, et al. Multi-spectrum fusion for single-probe blade tip timing[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 204: 110798.

[55] LIN J, HU Z, CHEN Z S, et al. Sparse reconstruction of Blade Tip Timing signals for multi-mode blade vibration monitoring[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 81: 250-258.

[56] BOUCHAIN A, PICHERAL J, LAHALLE E, et al. Blade vibration study by spectral analysis of tip-timing signals with OMP algorithm[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 130:108-121.

[57] BOUCHAIN A, PICHERAL J, LAHALLE E, et al. New possibilities for analyzing complex asynchronous blade vibrations from tip-timing data using a sparse spectral analysis method [C]// Structures and Dynamics: ASME Turbo Expo: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, 2019: 91573.

[58] XU J, QIAO B, LIU M, et al. Blade tip timing for monitoring crack propagation of rotor blades using Block-AOLS [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 181: 109498.

[59] DONG J, LI H, FAN Z, et al. Characteristics analysis of blade tip timing signals in synchronous resonance and frequency recovery based on subspace pursuit algorithm [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 183: 109632.

[60] ZHENG H, FANG G, DUAN S, et al. A novel method for noise reduction of blade tip timing signals based on sparse representation and dictionary learning [J]. Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, 2024, 43(1): 437-454.

[61] PAN M, GUAN F, HU H, et al. Compressed sensing based on dictionary learning for reconstructing blade tip timing signals [C]// 2017 Prognostics and System Health Management Conference (PHM-Harbin), 2017: 1-7.

[62] SPADA R P, NICOLETTI R. Applying compressed sensing to blade tip timing data: a parametric analysis [C]// Proceedings of the 10th International Conference on Rotor Dynamics — IFToMM, 2019, 3: 121-134.

[63] TIAN J, ZHANG X, CHEN Y, et al. Sparse reconstruction method of non-uniform sampling and its application in blade tip timing system [C]// ASME Turbo Expo: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, 2020: 14753.

[64] WU S, RUSSHARD P, YAN R, et al. An adaptive online blade health monitoring method: from raw data to parameters identification [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(5): 2581-2592.

[65] LI H, YANG Z, WU S, et al. Adaptive iterative approach for efficient signal processing of blade tip timing [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, 70: 1-13.

[66] KHARYTON V, ZACHARIAH D. Advanced processing of a blade vibratory response obtained with tip timing method using hyperparameter - free sparse estimation method [C]// ASME Turbo Expo 2021: Turbomachinery Technical Conference and Exposition 2021: 02411.

[67] ZHU Y, QIAO B, WANG Y, et al. A GMC-based accelerated algorithm for identifying the frequency and amplitude of multimode BTT signals [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023: 3292949.

[68] AO C, QIAO B, CHEN L, et al. Blade dynamic strain

non-intrusive measurement using L1/2-norm regularization and transmissibility[J]. Measurement, 2022, 190: 110677.

[69] JIN R, YANG L, YANG Z, et al. The connection between digital-twin model and physical space for rotating blade: an atomic norm-based BTT undersampled signal reconstruction method[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2023, 66(1): 27(2023).

[70] ZHOU K, WANG Y, QIAO B, et al. Non-convex sparse regularization via convex optimization for blade tip timing [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2025, 222: 111764.

[71] WANG Y W, LI J, STOICA P, et al. Spectral analysis of signals[M]. New Jersey: Morgan & Claypool, 2005.

[72] STEPHAN C, BERTHILLIER M, LARDIES J, et al. Tip-timing data analysis for mistuned bladed discs assemblies [C]// Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, 2008, 43154: 447-455.

[73] GREITANS M. Multiband signal processing by using non-uniform sampling and iterative updating of autocorrelation matrix[C]// Proceedings of the 2001 International Conference on Sampling Theory and Application, 2001: 85-89.

[74] 李孟麟, 段发阶, 欧阳涛, 等. 基于叶尖定时的旋转机械叶片振动频率辨识ESPRIT方法[J]. 振动与冲击, 2010, 29(12): 18-21.
LI M L, DUAN F J, OUYANG T, et al. The ESPRIT method for the blade vibration frequency identification of the rotating machinery from Blade Tip Timing measurement [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29 (12): 18-21. (in Chinese)

[75] 贺长波, 李宏坤, 赵新维, 等. 基于总体最小二乘准则旋转不变子空间法的叶尖定时欠采样信号分析[J]. 机械工程学报, 2019, 55(19): 103-111.
HE C B, LI H K, ZHAO X W, et al. Analysis method for under-sampled Blade Tip Timing signal based on the rotational invariance technique with total least squares principle[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55 (19): 103-111. (in Chinese)

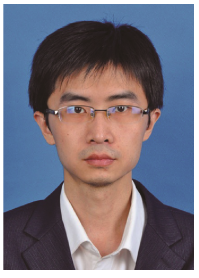
[76] WANG Z, YANG Z, WU S, et al. An improved multiple signal classification for nonuniform sampling in blade tip timing [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(10): 7941-7952.

[77] WANG Z K, YANG Z B, WU S M, et al. Block-MUSIC in blade tip timing: performance study of block snapshot matrix [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 198: 110374.

[78] WANG Z, YANG Z, TENG G, et al. Amplitude-identifiable MUSIC (Aid-MUSIC) for asynchronous frequency in blade tip timing[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2022, 19(4): 5732-5742.

(本文编辑: 刘圣晨)

第一作者: 王增坤(1996—), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为转子叶片状态监测。2018年获长安大学学士学位, 2023年获西安交通大学博士学位。目前主要从事转子叶片非接触测振信号处理的理论及应用研究。



通信作者: 杨志勃(1987—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为转子机械转动部件在线监测与振动测量。国家自然科学基金委优青项目获得者, 陕西省杰出青年科学基金获得者。长期从事转子机械状态监测的理论、算法与实验研究, 发表SCI论文150余篇, 授权国家发明专利80余项, 美国发明专利3项, 主持国家自然科学基金集成项目、重点专项、面上项目, 及国家重大专项课题、重点研发课题等十余项, 获得国家二等奖2项, 省部级一等奖4项。